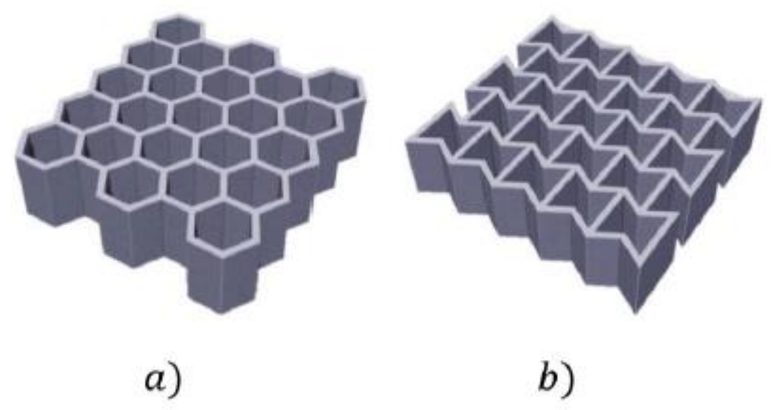
FAKULTA MECHATRONIKY,
INFORMATIKY A MEZIOBOROVÝCH
STUDIÍ TUL

Periodická homogenizace strukturálních metamateriálů

Ing. Gleb Pokatilov <gleb.pokatilov@tul.cz>, Ing. Martin Špetlík <martin.spetlik@tul.cz>, vedoucí práce: doc. Ing. Petr Henyš, Ph.D.

Úvod

Metamateriály představují v současnosti jeden z klíčových směrů ve vývoji programovatelných materiálů a struktur, které mají inženýrsky navrhnuté vlastnosti. Současný návrh metamateriálů se ponejvíce omezuje na známé návrhové geometrické vzory (Obrázek 1).

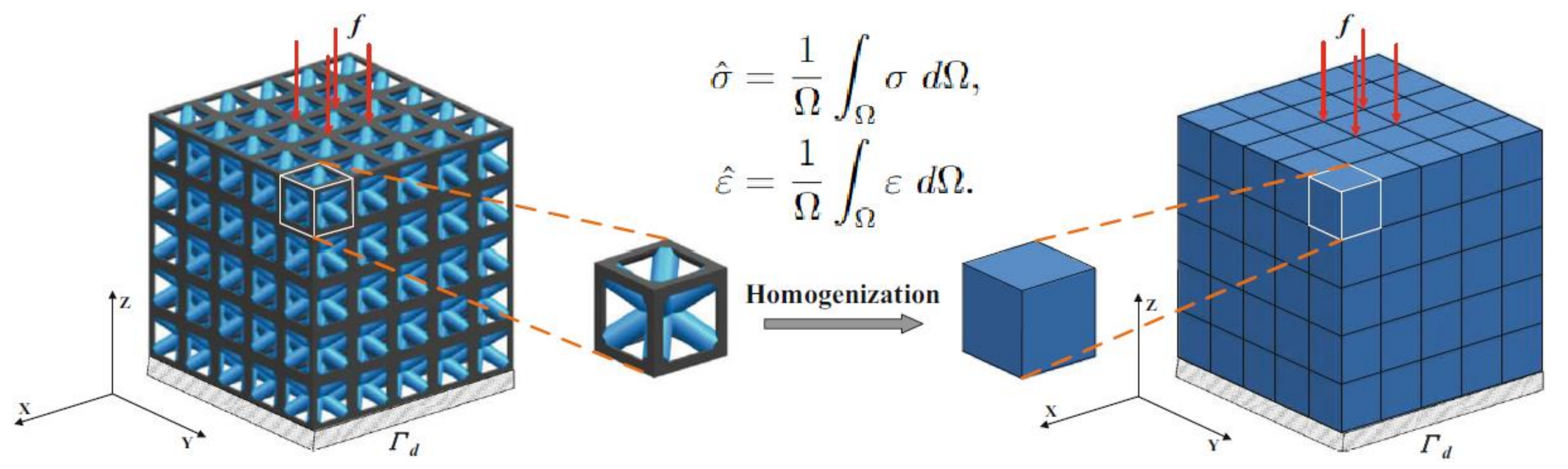


Obrázek 1: Typické struktury metamateriálu (a - positive mu, b - negative mu), [1]

Ačkoliv je návrhový prostor metamateriálů velmi široký, neexistuje v současnosti univerzální postup, který by umožnil návrh racionalizovat a systematizovat [2]. Úkolem této práce je připravit vhodné metody homogenizace a parametrického řízení geometrie k použití strojového učení pro optimalizaci strukturálních metamateriálů.

Homogenizace

Strukturální metamateriál se skládá z buněk předem definované geometrie (patternů) - reprezentativních objemových prvků. Tyto patterny se v materiálu periodicky opakují. Přímé řešení výpočetní úlohy elasticity s mikrostrukturní geometrií patternů je velmi výpočetně náročné. Ke zjednodušení tohoto problému je použita homogenizace. Homogenizace strukturálních materiálů je proces, jehož cílem je zjednodušit popis jejich složité struktury na efektivní spojité materiálové modely (Obrázek 2). Makroskopický tenzor deformace a tenzor mechanického napětí jsou značeny značeny $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\sigma}$.



Obrázek 2: Schéma homogenizace strukturálních metamateriálů. [2]

Pro zjištění elastických konstant je použito zatížení formou okrajových podmínek (Dirichletovy - posun, nebo Neumannovy - síla). Zatěžování patternu (RVE) přímo Dirichletovými, nebo Neumannovými OKP přineslo velice odlišné výsledky. Z tohoto důvodu byly použity periodické OKP [3]. Slabá formulace má formu:

$$\int_\Omega \varepsilon(\mathrm{u}) : \sigma(\mathrm{v}) \, \mathrm{d}\Omega + \alpha \int_\Omega \mathrm{u} \cdot \mathrm{v} \, \mathrm{d}\Omega = \int_\Gamma v \cdot \mathrm{g}^0 \, \mathrm{d}\Gamma.$$

Parametrické řízení geometrie

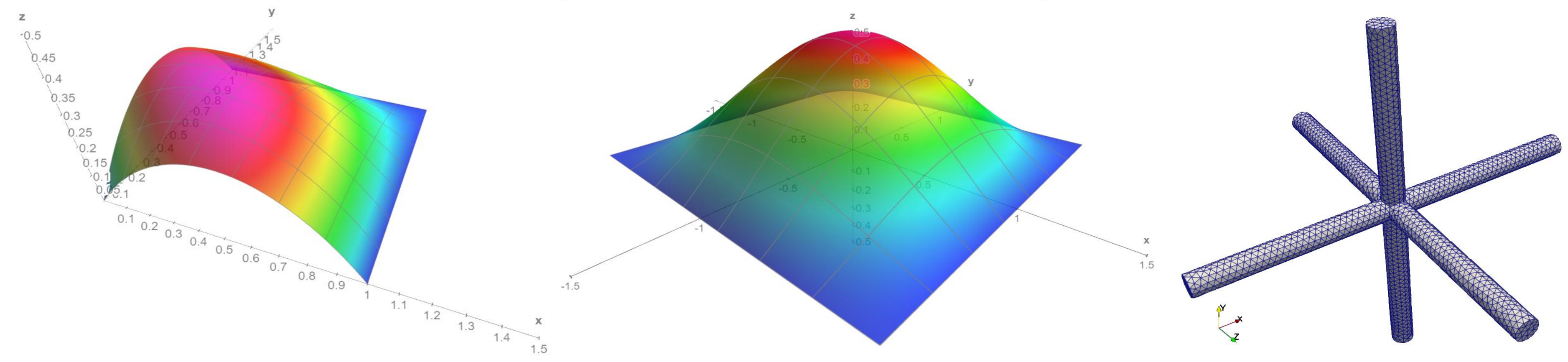
Explicitní geometrii patternů lze řídit různými parametry, my jsme se rozhodli ji řídit pomocí translační a rotační deformace a to numericky, řešením úlohy metodou konečných prvků nebo analyticky, zobrazením jednotlivých uzlů sítě dle vhodných rovnic do nových souřadnic. V případě numerické deformace jde o zatěžování patternu jako pevného kontinua ve 3 translačních a 3 rotačních směrech a řešení příslušné soustavy diferenciálních rovnic. V případě analytické deformace byla nalezena vhodná transformační rovnice pro rotaci a translaci tak, že se pozice uzlů v okrajových oblastech nemění a nenastává překryv elementů sítě.

Pro rotaci byla zvolena funkce kvantifikující míru rotace dle souřadnic, viz Obrázek 3, vlevo. Tato funkce vyjadřuje úhel natočení v matici rotace. Pro translaci byla zvolena funkce viz Obrázek 3, uprostřed. Natočení je řízeno parametrem Rz, Translace parametrem Tz. Základní pattern pro transformaci a následný výpočet je na obrázku 3 vpravo.

$$f_z(x,y,z) = T_Z \cdot \frac{(K^2-x^2)(K^2-y^2)(K^2-z^2)}{2K^4}(exp[\frac{-x^2}{1+K}] + exp[\frac{-y^2}{1+K}])$$

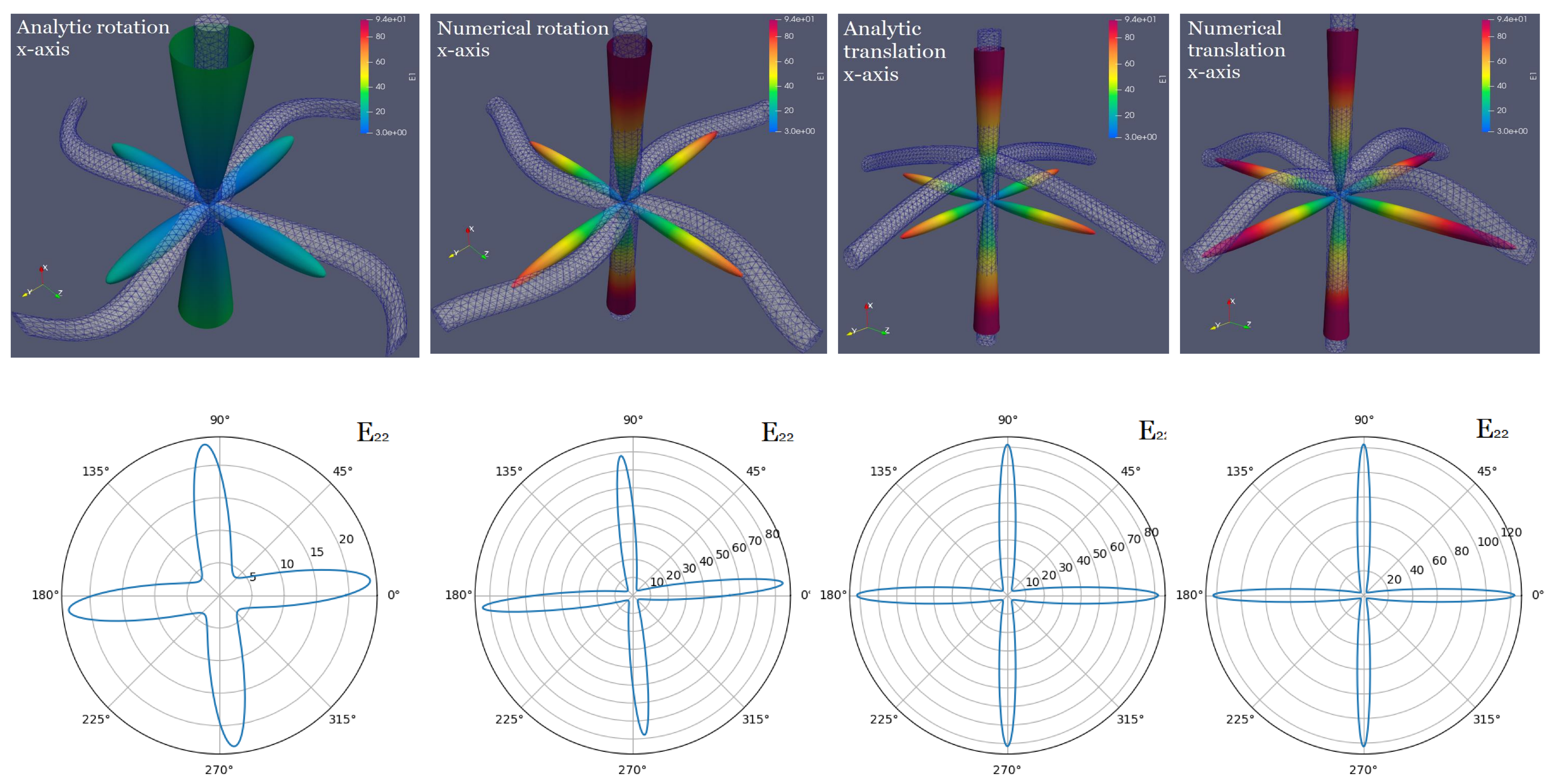
$$f_{\varphi Z}(x,y) = \frac{(K-|x|)(K-|y|)(x+y)}{K^3}$$

$$Rot_Z = \begin{bmatrix} x - [x \cdot cos(R_Z \cdot f_{\varphi Z}) - y \cdot sin(R_Z \cdot f_{\varphi Z})] \\ y - [y \cdot sin(R_Z \cdot f_{\varphi Z}) + y \cdot cos(R_Z \cdot f_{\varphi Z})] \\ z \end{bmatrix}$$



Obrázek 3: Vizualizace transformačních funkcí. Vlevo pro rotaci Z, uprostřed translace Z (pro K=1, z=0), vpravo výpočetní síť základního patternu

Níže jsou zobrazeny vypočtené hodnoty E22 pro jednotlivé zdeformované patterny zanesené do sférických a polárních diagramů.



Obrázek 4: Sférické a polární diagramy pro hodnotu E22,
1) **rotace - analytický** deformátor, 2) **rotace - numerický** deformátor,
3) **translace - analytický** deformátor, 4) **translace - numerický** deformátor

Závěr

Byly vytvořeny vhodné metody ke kvantifikování elastických konstant navržených metamateriálů a efektivní metoda k řízení jejich geometrie. Tyto předpoklady jsou klíčové pro další optimalizaci metamateriálů pomocí strojového učení.

Poděkování

Tato práce byla podpořena z projektu Studentské grantové soutěže (SGS) na Technické univerzitě v Liberci v roce 2023.

Reference

1. J.C. Ji, Quantian Luo and Kan Ye, *Vibration Control based Metamaterials and Origami Structures: A State-of-the-Art*, School of Mechanical and Mechatronic Engineering University of Technology Sydney, NSW 2007, Australia
2. Chuang Wang, 2020. *Concurrent design of hierarchical structures with three-dimensional parameterized Lattice microstructures for additive manufacturing.* Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, Shaanxi, China.
3. Henyš, P., Čapek, L., Březina, J., 2019. *Comparison of current methods for implementing periodic boundary conditions in multi-scalehomogenisation.* European Journal of Mechanics-A/Solids 78, 103825.