

Software řešící síťovou analýzu

Bc. Karel Drnec <karel.drnec@tul.cz>, Ing. Josef Chudoba, Ph.D. <josef.chudoba@tul.cz>

Příspěvek se zabývá metodami užívanými v plánování projektů. Konkrétně se jedná o metodu kritické cesty a její pravděpodobnostní nadstavbu PERT. Cílem projektu je zpracování informací o metodách a vytvoření uživatelsky přívětivé aplikace.

Klíčová slova: CPM, PERT, pravděpodobnost, časová rezerva, webová aplikace

Úvod

Naplánovat projekt tak, aby se stihl v daném čase, může být obtížné. To samé platí pro určení, které činnosti se mohou v projektu pozdit a které ne. K plánování projektu pomáhá tzv. síťová analýza, která projekt dělí na dílčí činnosti a zjišťuje, kdy jakou činnost máme zahájit, aby se projekt stihl v požadovaném čase. Pro určení činností, které se mohou nebo nemohou pozdit, se v síťové analýze využívá metody kritické cesty (anglicky Critical Path Method) a její pravděpodobnostní nadstavby PERT (Project Evaluation and Review Technique), s kterou lze určit, s jakou pravděpodobností se projekt stihne v požadovaném čase nebo určit čas, s jakým se projekt stihne s danou pravděpodobností.

Zadáním práce bylo teoretické zpracování obou metod využívaných při plánování projektů a vytvoření uživatelsky přívětivé aplikace, která bude umět zpracovat vstupní data od uživatele v jednoduchém grafickém rozhraní. Na závěr bylo potřeba ověřit správnost výpočtů vytvořené aplikace.

Metodika

Metoda kritické cesty je deterministická metoda, u které se předpokládá pevně daná délka dílčích činností y_{ij} . Změny délek činností jsou možné, je ale potřeba přepočítat celý projekt. Do metody kritické cesty vstupují následující parametry:

- nejdříve možný začátek činnosti (anglicky Earliest Start Time – ES),
- nejdříve možný konec činnosti (Earliest Finish Time – EF),
- nejpozději přípustný konec činnosti (Latest Finish Time – LF),
- nejpozději přípustný začátek činnosti (Latest Start Time – LS).

Graf metody kritické cesty obsahuje ohodnocené hrany, které značí konkrétní činnosti projektu. Ohodnocení hrany označuje délku činnosti. Vrchol grafu označuje stav, ve kterém se projekt nachází. Vstupní vrchol představuje začátek projektu. Koncový vrchol značí ukončení projektu. Do grafu metody kritické cesty se nejčastěji uvádí nejdříve možný začátek činnosti (ES) a nejpozději přípustný začátek činnosti (LS), ze kterých lze kritickou cestu nalézt. Hledání kritické cesty spočívá ve výpočtu jednotlivých parametrů (časů), které se vypočítají pomocí dopředného výpočtu nejdříve možných začátků činností (ES) a následného zpětného výpočtu nejpozději přípustného začátků činností (LS). [1][2]

Při dopředném výpočtu se nejdříve možný začátek činnosti začínající v konkrétním stavu rovná maximum z nejdříve možných konců činností do konkrétního stavu vstupujících. Nalezení maximálně ohodnocené hrany (činnosti) je založeno na algoritmu průchodu do šířky. Výsledné maximum lze určit pouze tehdy, jsou-li známy všechny časy hran do stavu vstupujících. Při zpětném výpočtu se postupuje inverzně od koncového vrcholu a hledají se minima, která se od předchozího stavu odečítají. Pokud stav obsahuje obě hledané hodnoty, lze určit časovou rezervu, která vznikne odečtením časů. Pokud je rovna 0, jedná se o stav, který je součástí kritické cesty. Kritická cesta je tvořena stavy, které mají časovou rezervu rovnou 0 a je to souhrn činností, kde dojde vlivem opoždění činnosti ke zpoždění celého projektu. [2]

Metoda PERT byla navržena jako nadstavba metody kritické cesty, kde se místo pevně dané délky trvání činnosti pracuje s časovými odhady délky trvání činnosti. Veličina a_{ij} představuje předpokládanou nejkratší možnou dobu trvání činnosti (tzv. optimistický odhad). Veličina b_{ij} představuje předpokládanou

nejdelší dobu trvání činnosti (tzv. pesimistický odhad) a veličina m_{ij} nejpravděpodobnější dobu trvání činnosti (tzv. modální odhad).

Doba trvání činnosti je spojitá náhodná veličina, u které pravděpodobnostní rozdělení není předem známé. Toto neznámé rozdělení lze aproximovat pomocí β -rozdělení, kde střední hodnota μ_{ij} (1a) a směrodatná odchylka σ_{ij} (1b) jsou stanoveny podle následujících vzorců:

$$\mu_{ij} = \frac{a_{ij} + 4i_{ij} + b_{ij}}{6} \quad (1a), \quad \sigma_{ij} = \frac{b_{ij} - a_{ij}}{6} \quad (1b).$$

Při výpočtu kritické cesty metodou PERT se algoritmus liší od metody CPM tím, že se místo pevně daných délek trvání činností y_{ij} pracuje se středními hodnotami dob trvání činností μ_{ij} . Výsledkem je kritická cesta, která je ohodnocená hodnotou M , která udává střední dobu trvání celého projektu a vznikne součtem středních dob trvání kritických činností projektu. Skutečná doba trvání celého projektu T je spojitá náhodná veličina, u které je střední hodnotou hodnota M a rozptyl σ^2 lze určit jako součet rozptylů všech kritických činností. Výsledná pravděpodobnost, zda projekt bude ukončen ve stanoveném čase T se rovná hodnotě distribuční funkce normálního rozdělení $N(M, \sigma)$ v bodě $t = T$. V praxi se v tabulkách vyhledá hodnota $N(0,1)$ v transformovaném bodě z (2a), který úpravou lze použít i pro zjištění času T_s , ve kterém bude projekt ukončen se stanovenou pravděpodobností (2b). [1][3]

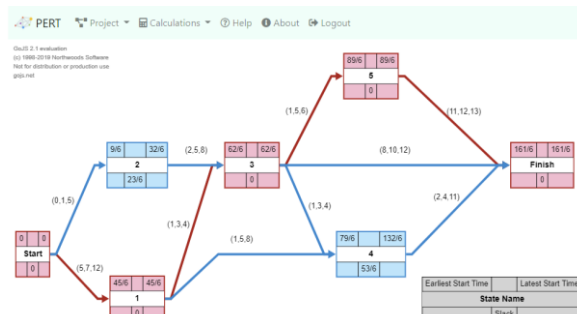
$$z = \frac{T_s - M}{\sigma} \quad (2a), \quad T_s = z\sigma + M \quad (2b).$$

Výsledky a diskuze

Pro obě metody byla vytvořena webová aplikace (<https://pert-app.herokuapp.com/>) ve značkovacím jazyce HTML a programovacím jazyce JavaScript za pomoci prostředí Node.js a jeho webového aplikačního frameworku Express.js. Aplikace byla vytvořena v architektonickém návrhovém vzoru Model View Controller (zkráceně MVC) a pro práci s uživatelskými daty byla použita multiplatformní dokumentová databáze MongoDB. Pro zobrazení diagramu (Obrázek 1) v aplikaci byla použita knihovna GoJS, která slouží k tvorbě interaktivních diagramů a grafů.

Definování nového projektu lze přímo v aplikaci nebo ze vstupního souboru. Vytvořený projekt lze

exportovat do grafických formátů SVG a PNG. Aplikace obsahuje uživatelský manuál pro začínajícího uživatele a pro testování aplikace byl vytvořen generátor náhodných systémů, který na základě zvoleného počtu stavů (vrcholů grafu) vygeneruje náhodný systém.



Obrázek 1: Ukázka prostředí aplikace

Pro ověření správnosti výpočtů aplikace byly výsledné hodnoty testovacího projektu srovnány s hodnotami získanými z komerčních aplikací (např. PERT Calculator). Výsledné hodnoty se lišily pouze v systému zaokrouhlení.

Závěr

V projektu došlo k vytvoření webové aplikace, která pracuje s metodou kritické cesty a metodou PERT v jednoduchém grafickém rozhraní. Ověření správnosti výpočtů proběhlo na testovacím příkladu, kdy se výsledné hodnoty porovnály s hodnotami z komerčních aplikací. Výsledky se lišily pouze v zaokrouhlení. Projekt bude dále rozveden v diplomové práci, kdy se přidají další metody (např. statistická simulační metoda Monte Carlo), optimalizuje se vzhled aplikace a přidají se další možnosti pro zobrazení a úpravu projektů.

Poděkování

Tato práce byla podpořena z projektu Studentské grantové soutěže (SGS) na Technické univerzitě v Liberci v roce 2021.

Reference

- [1] RÁLEK, P., J. NOVÁK a J. CHUDOBA. *Metody užívané v logistice*, Liberec: Technická univerzita v Liberci [cit. 2021-09-18]
- [2] LEVY, F. K., G. L. THOMPSON a J. D. WIEST. The ABCs of the Critical Path Method. *Harvard Business Review* [online]. [cit. 2021-9-19]. Dostupné z: <https://hbr.org/1963/09/the-abcs-of-the-critical-path-method>
- [3] Project Evaluation and Review Technique (PERT). *TechnologyUK* [online]. [cit. 2021-9-19]. Dostupné z: <https://www.technologyuk.net/computing/software-development/project-management/pert.shtml>