

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových studií

# Numerické řešení lidské fonace

Ing. Martin Lasota <martin.lasota@tul.cz>, doc. Ing. Petr Šidlof, Ph.D.

Příspěvek srovnává numerický výpočet s měřením. Zacíleno bylo na oblast lidského krku. Turbulence, která se vyskytuje v místech za hlasivkami, je použita jako akustický zdroj. Tato nahromaděná energie se musí vyzářit, nese se tedy dutinami přes překážky (jazyk, měkké patro atp.) až k výustce (rty). Výpočetní oblast respiračního traktu je zjednodušena. Vybrány byly samohlásky [u:] a [i:].

Klíčová slova: turbulence, aeroakustika, metoda velkých vírů, perturbační konvektivní vlnová rovnice

# Úvod

Generace lidského hlasu je biofyzikální proces. Vazkoelastické vícevrstvé tkáně pokrývající hlasivky interagují se vzduchem expirovaným z plic rozkmitáním (monopólový akustický zdroj). Tato oscilace spolu s vydechovaným proudem vzduchu vytvoří podmínky pro vznik turbulentních struktur, tzv. poruchy v proudu (dipólový zdroj). Široké spektrum frekvenčních složek takto získaného signálu je postupně ve vokálním prostoru zesilováno/tlumeno (kvadrupólový zdroj) a nakonec vyzářeno ústy do volného prostoru.

Numerickými výpočty (odhady s různou přesností) se nahrazují experimenty, kdy měření nejsou proveditelná, např. pro případové studie (hlasové dysfunkce, nefyziologické okrajové podmínky).

Velký rozsah mezi veličinami proudovými a akustickými vedl k vytvoření perturbačních rovnic (PCE) [1], které jsou založeny na rozkladu veličin na vazké a akustické příspěvky. Tento model byl otestován v oblasti lidské fonace v tzv. blízkém poli. Pro zpřesnění výpočtu aerodynamického zvuku byl použit přístup tzv. akustických perturbačních rovnic (APE) [2]. Spojení PCE a APE byla soustava čtyř rovnic, později reformulována do tzv. perturbované konvektivní vlnové rovnice (PCWE) [3] pro nestlačitelné proudění. Tento předkládaný konferenční příspěvek aplikuje poslední zmíněný způsob (PCWE) a navazuje na předchozí práci [4].

## Metodika

Pro řešení bylo použito tzv. hybridního postupu:

1. Výpočetní dynamiky tekutin (CFD), 2. Výpočtu aeroakustického zdroje na CFD síti a konzervativní interpolace výsledků z CFD sítě do akustické sítě a 3. Výpočtu propagace zvuku.

Výpočetní dynamika tekutin. Použitý matematický model je řešen za těchto předpokladů: divergence vektoru rychlosti je nulová (nestlačitelné proudění s konstantní hustotou), nulový externí zdrojový člen, bez energetické rovnice (bez přenosu tepla) a nenulový difúzní člen v pohybové rovnici (vazká tekutina). Přenos hybnosti v této úloze je zprostředkován makroskopickými útvary (víry), proto byla využita metoda tzv. velkých vírů, která velké víry počítá nestacionárními Navier-Stokesovými rovnicemi a pro ty nejmenší víry je doplňuje tzv. subgridním modelem turbulence. Filtrovaná pohybová (vektorová) rovnice

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{U}_i \overline{U}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \overline{U}_i}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i}$$

obsahuje časovou derivaci pohybu částice tekutiny, divergenci skalárního tenzorového násobení vektorů rychlosti (konvektivní člen), gradient statického tlaku, laplacián vektoru rychlosti s konstantní molekulární kinematickou vazkostí (difúzní člen) a divergenci tenzoru napětí.

V tomto příspěvku jsou porovnány dva přístupy modelování malých vírů:

1. Přístup. S využitím transportní rovnice pro výpočet turbulentní kinematické vazkosti, tzv. jednorovnicový model (OneEq) [5]. Transportní rovnice pro turbulentní energii má tuto podobu

$$\frac{\partial k_{SGS}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{U}_j k_{SGS}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t) \frac{\partial k_{SGS}}{\partial x_j} \right] = -\tau_{ij} : \overline{S}_{ij} - C_E \frac{k_{SGS}^{3/2}}{\Delta}$$

kde první člen pravé strany, ten skalární součin napěťového tenzoru a symetrické části rychlostního gradientu, je tzv. produkční člen, pro který je zavedena tato rovnováha

$$-\tau_{ij}: \overline{S}_{ij} = 2 \,\nu_t \sqrt{\overline{S_{ij}} \,\overline{S_{ij}}}$$

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových studií

Studentská konference Fakulty mechatroniky, informatiky a mezioborových studií

a turbulentní vazkost (pro odlišení index O) je modelována

$$\nu_t^O = C_k \Delta \sqrt{k_{SGS}}$$

s délkovým měřítkem delta (úměrné minimální velikosti hran použitých konečných objemů). Členy označené Cx jsou ladicí konstanty modelu.

2. Přístup. S využitím tenzorů symetrické (velké S) a deviatorické části (malé s) rychlostního gradientu v přístěnné oblasti, tzv. Wale model [6]

$$\nu_{\rm t}^W = (C_{\rm m}\Delta)^2 \, \frac{(s_{ij}^{\rm d} s_{ij}^{\rm d})^{3/2}}{(\overline{S}_{ij} \, \overline{S}_{ij})^{5/2} + (s_{ij}^{\rm d} s_{ij}^{\rm d})^{5/4}}$$

kde jmenovatel zabraňuje numerickým nestabilitám, protože nezkonverguje k nule v případě dominující diagonály tenzoru rychlosti deformace (čistého smyku), či tenzoru rychlosti rotace.

Výpočetní aeroakustika. Použitý model je řešen za těchto předpokladů: rotace vektoru akustické rychlosti je nulová, tlak je závislý pouze na hustotě (iz-entropie) a podmínka nestlačitelnost (obecně při fonaci nízké Machovo číslo). K přenesení zdrojového členu z dynamiky tekutin je použito PCWE, které rozloží tlak a rychlost solenoidiální na (nestlačitelný) a akustický příspěvek. Pro obejití počítání soustavy rovnic s vektory byla použita skalární veličina

$$\frac{1}{c_0^2}\frac{D^2\psi^a}{Dt^2}-\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\nabla}(\psi^a)=-\frac{1}{\rho c_0^2}\frac{Dp^{ic}}{Dt}$$

kde levá strana rovnice obsahuje skalární akustický potenciál (substanciální derivace akustického potenciálu odpovídá akustickému tlaku) a pravá strana obsahující tlak z CFD části. Zbylé konstanty jsou čtverec rychlosti zvuku a hustota vzduchu; Pro výpočet šíření zvukové vlny se k sestavené levé straně vlnové rovnice dosadil zdrojový člen v odpovídajícím rozměru

$$\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p^a}{\partial t^2} - \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{\nabla} p^a = -\frac{1}{c_0^2}F_{p^a}, \quad F_{p^a} = \frac{\partial^2 p^{ic}}{\partial t^2}$$

**Výpočetní oblast.** Skládá se z hlasivkové části (obr. 1) a vokálního traktu s volným polem (obr. 2). Vtok-výtok (G\_in-G\_out) má předepsán tlakový spád ~300 Pa. Okraje hlasivek (G\_bVF, G\_uVF) se periodicky pohybují se dvěma stupni volnosti. Na stěnách (G\_wall) je držena podmínka nulový vektor rychlosti a nulová směrová derivace tlaku.



Obrázek 1: Výpočetní oblast hlasivek

Numerická schémata. V tomto příspěvku použity dvě prostorové aproximace: isou centrální diferenční schéma (CDS) a total variation diminishina (TVD). Při TVD prostorovém schématu se použije nakloněná rovina procházející uzlovým bodem, kde je uložena primitivní proměnná (rychlost, tlak) a limiter (mezi [0;1]), který to naklonění redukuje, aby nevznikaly nefyzikální oscilace. V případech používání subgridních modelů turbulence modelována disipace je turbulentních fluktuací potlačení а pro vhodné numerické disipace použít ie nedisipativní centrální numerické schéma CDS (které však způsobuje problémy se stabilitou); Pro časovou diskretizaci je použito implicitní schéma druhého řádu přesnosti.

#### Výsledky a diskuze

Obr. 2 zachycuje okamžik rozložení akustického tlaku při maximálním průtoku vzduchu hlasivkami. Horní model (kratší) odpovídá samohlásce [i:], dolní [u:]. Na řešení je vidět, že se mechanická vlna na konci vokálního traktu nevrací zpět, čehož je dosaženo tlumicí vrstvou.



Obrázek 2: Složená výpočetní oblast

Následuje Obr. 3, rozložení hladiny akustického tlaku (SPL) na jednotlivé frekvence. Snímano 1 cm od úst v geometrické ose x. První dominantní frekvence odpovídá frekvenci kmitání hlasivek, kde v měření je dosaženo vyššího SPL, to znamená hlasitější fonaci od



#### TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových studií

měřeného subjektu. Další frekvence (tzv. vyšší harmonické) jsou N-násobky té první frekvence. K identifikaci samohlásky dochází až v oblasti vyšších frekvencí (1 a 2.5 kHz). Zmíněné frekvence jsou do jisté míry pohyblivé a silně individuální (zdravotní kondice, region atp.). Zvučnost (čistotu) vyslovené samohlásky lze pozorovat z dominujících lokálních maxim těchto frekvencí oproti zbytku. Při srovnání výpočet-měření má výpočet horší výsledky v nízkofrekvenční oblasti, což je dáno vlivem numerického zašumění sianálu. V oblasti vyšších frekvencí dosáhl výpočet vždy lepšího využití komplexnější výsledku. V případě rovnice pro turbulentní vazkost u stěny (modrá) došlo k posílení SPL v oblasti identifikačních frekvencí (tzv. formantů).



Obrázek 3: Akustické spektrum pro [u:]

Na Obr. 4 je zobrazeno akustické spektrum pro stejný akustický zdroj jako v případě [u:], avšak s rezonanční oblastí pro [i:]. Srovnání měřenívýpočet je pro tuto samohlásku obtížnější, neboť první identifikační frekvence leží ve vysokofrekvenční oblasti.



Obrázek 4: Akustické spektrum pro [i:]

## Závěr

Výstupem toho příspěvku bylo ukázat vliv subgridního modelu turbulence na akustické

# Studentská konference Fakulty mechatroniky, informatiky a mezioborových studií

spektrum. Prokázalo se nezanedbatelné zesílení SPL v oblasti druhého formantu pro [u:] (23 %) a zesílení vyšších harmonických složek frekvencí.

Shoda výpočtu s měřením je poměrně dobrá. Neúspěchem je např. nezachycení klesajícího trendu, kdy první frekvence má vykazovat nejvyšší SPL. Interpolace výsledků mezi CFD a akustickou sítí druhého řádu by mohl problém vvřešit.

Software pro CFD byl použit OpenFOAM [7] a pro aeroakustiku CFS++ [8]. Výpočetní Wale-TVD: nákladv: 1. úloha 27d(CFD) +5h(CAA); 2. úloha Wale-CDS: 37d+5h; 3. úloha OneEq-CDS: 34d+5h; Úlohy byly spuštěny paralelně na 20 CPU na stroji 12x 6core Intel Xeon Nehalem 2.66GHz.

# Poděkování

Tato práce byla podpořena z projektu Studentské grantové soutěže (SGS) na Technické univerzitě v Liberci v roce 2020.

Děkuji svému SGS-týmu ve složení Petr Šidlof, Jan Stebel, Petra Tisovská a Sabina Bednářová za podporu při výzkumu a korekci tohoto rukopisu.

## Reference

- [1] Seo, J. and Moon, Y. J. (2005). Perturbed compressible equations for aeroacoustic noise prediction at low Mach numbers. AIAA J. 43(8), 1716-1724.
- [2] Ewert, R. and Schröder, W. (2003). Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering. J. Comput. Phys. 188(2), 365-398.
- [3] Kaltenbacher, М. and Hüppe, Α. and Reppenhagen, A. and Zenger, F. and Becker, S. (2017) Computational aeroacoustics for rotating systems with application to an axial fan. AIAA journal. 55(11), 3831-3838.
- [4] Šidlof, P. Zörner, S., and Hüppe A. (2015). A hvbrid approach the computational to aeroacoustics of human voice production. Biomech. Model. Mechanobiol. 14(3), 473-488
- [5] Davidson, L. (2009). Hybrid LES--RANS: back scatter from a scale-similarity model used as forcing. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences.
- [6] Nicoud, F. and Ducros, F. (1999). Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. Flow, turbulence and Combustion
- [7] Weller H. G., Tabor G., Jasak H., Fureby C. (1998). A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques, Computers in Physics, Vol. 12, No. 6.
- [8] Kaltenbacher, M. (2007). Numerical simulation of mechatronic sensors and actuators. Springer