



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI  
Fakulta mechatroniky, informatiky  
a mezioborových studií ■

# Numerické modelování hydromechaniky v porézním prostředí

Diplomová práce

Svetlana Šaušová | 29. května 2018



# Obsah

- 1 Motivace
- 2 Biotova poroelasticita
- 3 Numerické řešení
- 4 FEniCS implementace
- 5 Simulace
- 6 Závěr





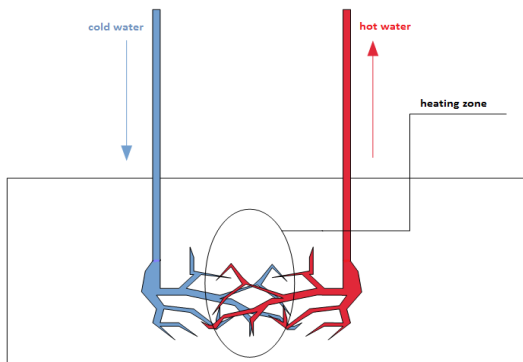
# Motivace

- Hydraulické štěpení



# Motivace

- Hydraulické štěpení
  - HDR (Hot Dry Rock)



Obrázek: *Hot Dry Rock schéma.*



# Biotova poroelasticita

## Darcyho rovnice

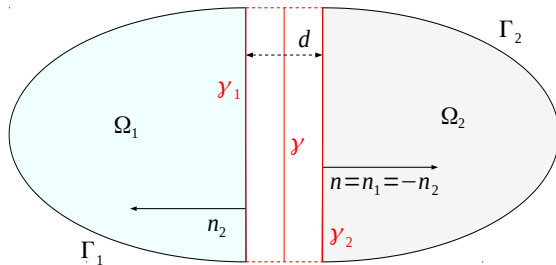
$$\partial_t(S\rho + \alpha \nabla \cdot \mathbf{u}) - \nabla \cdot (\mathbb{K} \nabla p) = f \quad \text{in } (0, T) \times \Omega$$

## Rovnice Elasticity

$$-\nabla \cdot (\mathbb{C} \varepsilon(\mathbf{u}) - \alpha p \mathbb{I}) = \mathbf{g} \quad \text{in } (0, T) \times \Omega$$



# Redukovaný model

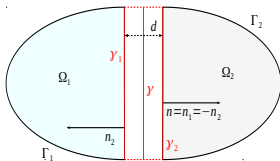


Obrázek: *Oblast  $\Omega$ .*

# Redukovaný model

## Aproximace

$$\nabla^n \cdot (\mathbb{K}_{f,n} p_f |_{\gamma_2} \mathbf{n}) \approx \underbrace{\mathbb{K}_f \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}}_k \frac{p_2 |_{\gamma_2} - P}{\frac{d}{2}}$$





# Redukovaný model

## Aproximace

$$\nabla^n \cdot (\mathbb{K}_{f,n} p_f |_{\gamma_2} \mathbf{n}) \approx \underbrace{\mathbb{K}_f \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}}_k \frac{p_2 |_{\gamma_2} - P}{\frac{d}{2}}$$

## Puklinový tlak

$$P := \frac{1}{d} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} p_f d\mathbf{n}$$







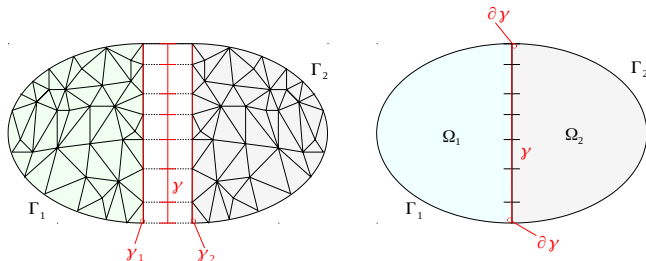
# Numerické řešení

## Prostorová diskretizace

### *Metoda konečných prvků (FEM)*



# Prostorová diskretizace



**Obrázek:** Konformní síť, (Nalevo): 2-dimenzionální oblast  $\Omega$  síťovaná pomocí simplexů. (Napravo): 1-dimenzionální redukovaná puklina  $\gamma$  se sítí tvořenou úsečkovými segmentami



# Numerické řešení

## Prostorová diskretizace

*Metoda konečných prvků (FEM)*

## Časová diskretizace

*Implicitní Eulerova metoda*

$$\partial_t \Phi(t) \approx \frac{\Phi(t) - \Phi(t - \Delta t)}{\Delta t}.$$





# FEniCS implementace

## Matematická notace

$$E_1(\mathbf{u}_1, p_1, \mathbf{r}_1, \mathbf{U}) = - \int_{\gamma_1} \mathbf{Q}_1 \cdot \mathbf{r}_1 + \\ \int_{\Omega_1} (\mathbb{C}_1 \varepsilon(\mathbf{u}_1)) \cdot \nabla \mathbf{r}_1 - \alpha \int_{\Omega_1} p_1 \nabla \cdot \mathbf{r}_1.$$





## FEniCS implementace

$$E_1(\mathbf{u}_1, p_1, \mathbf{r}_1, \mathbf{U}) = - \int_{\gamma_1} \mathbf{Q}_1 \cdot \mathbf{r}_1 + \int_{\Omega_1} (\mathbb{C}_1 \varepsilon(\mathbf{u}_1)) \cdot \nabla \mathbf{r}_1 - \alpha \int_{\Omega_1} p_1 \nabla \cdot \mathbf{r}_1.$$

```
#Elasticity equation for the domain Omega
E_omega = (
-inner(Q_1,r('+'))*dS(region_frac)-\
inner(Q_2,r('-'))*dS(region_frac)+\
inner(CE(u),epsilon(r))*dx-alfa*p*div(r)*dx
)
```



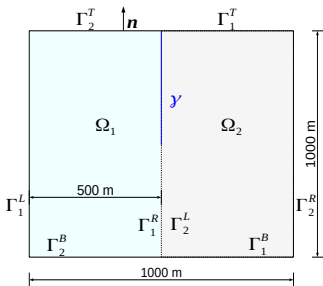


# Simulace

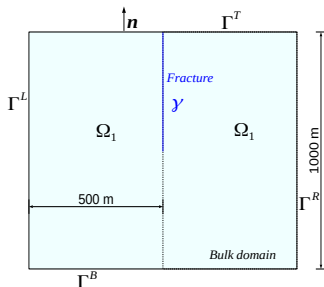
- Geometrie
- Sít
- Okrajové podmínky
- Počáteční podmínky
- Výsledky



# Geometrie



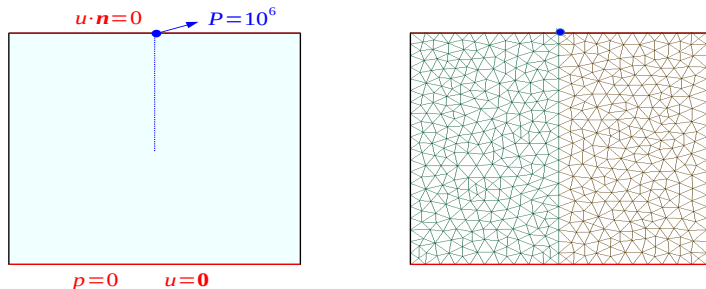
(a) *Matematická oblast.*



(b) *FEniCS výpočetní oblast.*

Obrázek: *Geometrie výpočetní oblasti.*

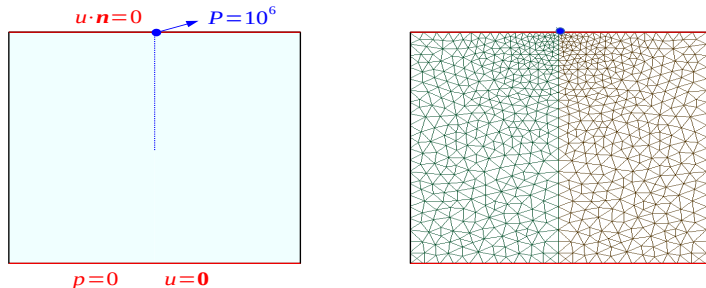
# Simulace 1



**Obrázek:** (Nalevo): Okrajové podmínky (Dirichlet), (Napravo):  
Vysítovaná oblast pro Simulaci 1.

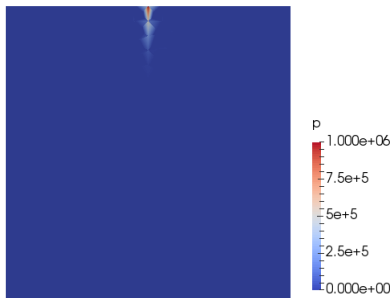


## Simulace 2

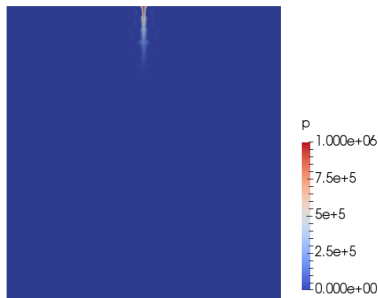


**Obrázek:** (Nalevo): Okrajové podmínky (Dirichlet), (Napravo):  
Vysítovaná oblast pro Simulaci 2.

## Výsledky - Tlak



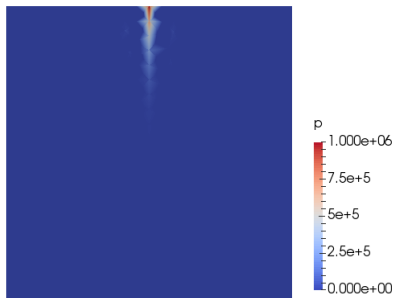
(a)  $p (S1)$ ,  $t = 50\Delta t$



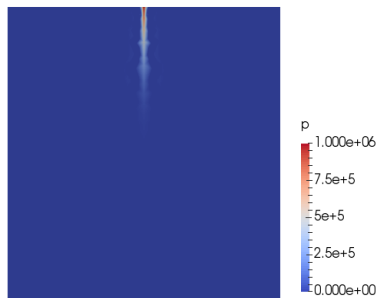
(b)  $p (S2)$ ,  $t = 50\Delta t$

Obrázek: *Vývoj tlakového pole v čase  $t = 50\Delta t$ .*

## Výsledky - Tlak



(a)  $p(S1)$ ,  $t = 200\Delta t$



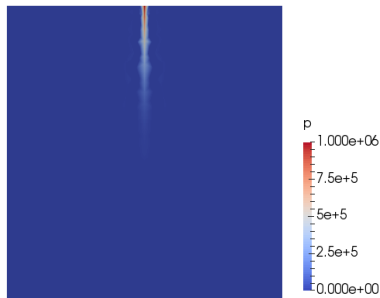
(b)  $p(S2)$ ,  $t = 200\Delta t$

Obrázek: Vývoj tlakového pole v čase  $t = 200\Delta t$ .

## Výsledky - Tlak



(a)  $p(S1)$ ,  $t = 300\Delta t$



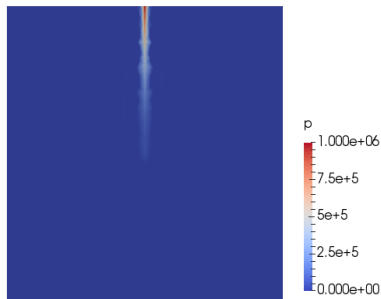
(b)  $p(S2)$ ,  $t = 300\Delta t$

Obrázek: Vývoj tlakového pole v čase  $t = 300\Delta t$ .

## Výsledky - Tlak



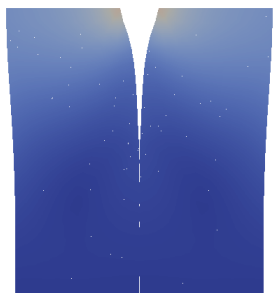
(a)  $p(S1)$ ,  $t = 500\Delta t$



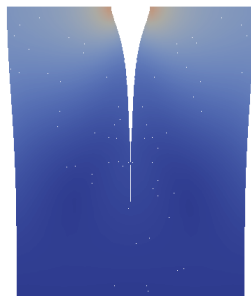
(b)  $p(S2)$ ,  $t = 500\Delta t$

Obrázek: Vývoj tlakového pole v čase  $t = 500\Delta t$ .

## Výsledky - Posunutí



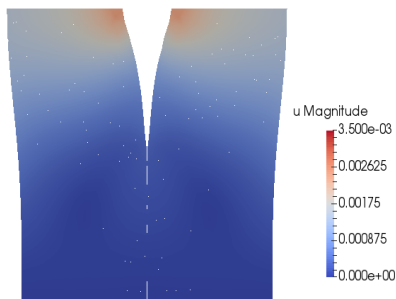
(a)  $u (S1), t = 50\Delta t$



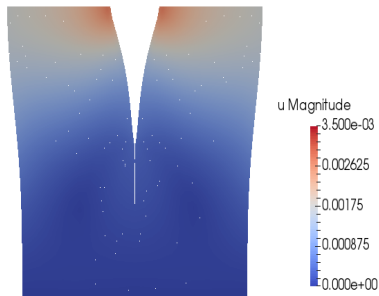
(b)  $u (S2), t = 50\Delta t$

**Obrázek:** *Vývoj pole posunutí v čase  $t = 50\Delta t$ .*

## Výsledky - Posunutí



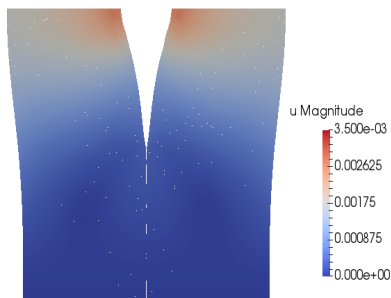
(a)  $u(S1)$ ,  $t = 200\Delta t$



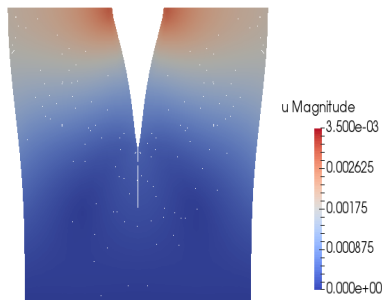
(b)  $u(S2)$ ,  $t = 200\Delta t$

Obrázek: Vývoj pole posunutí v čase  $t = 200\Delta t$ .

## Výsledky - Posunutí



(a)  $u(S1)$ ,  $t = 300\Delta t$

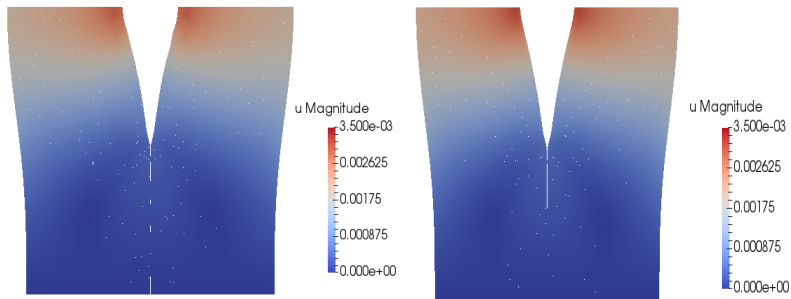


(b)  $u(S2)$ ,  $t = 300\Delta t$

Obrázek: Vývoj pole posunutí v čase  $t = 300\Delta t$ .



## Výsledky - Posunutí



(a)  $u (S1), t = 500\Delta t$

(b)  $u (S2), t = 500\Delta t$

**Obrázek:** Vývoj pole posunutí v čase  $t = 500\Delta t$ .



## Závěr

- *Vzájemný poměr parametrů ( $d, \mathbb{K}, \mathbb{K}_f, \mu, \mu_f, \lambda, \lambda_f$ ) má velký vliv na spojitost řešení.*
- *Model je spolehlivější pro makroskopické pukliny ( $d \approx 10^{-2}[m]$ ).*





**Děkuji za pozornost.**

