

# Numerické modelování interakce proudění a pružného tělesa v lidském vokálním traktu

Bc. Petra Tisovská <petra.tisovska@tul.cz>, doc. Ing. Petr Šidlof, Ph.D.

Interakce proudění vzduchu a pružného tělesa v lidském vokálním traktu je komplexní a složitý problém. V této práci je proudění popsáno nestlačitelnými Navier-Stokesovými rovnicemi. Diskretizace je provedena metodou konečných objemů v programu OpenFOAM. Model hlasivek je matematicky popsán diferenciálními rovnicemi a jejich řešení je implementováno v programu Matlab Simulink, který zde slouží pro ověření schopnosti řešiče `pimpleDyMFoam` pracovat s tělesem se dvěma stupni volnosti. Numerické simulace jsou provedeny pro 2D a 3D. Ve 2D jsou zkoumány možnosti deformace sítě, analýza vlivu počtu elementů sítě na výsledný pohyb tělesa a je nalezena hranice stability systému – kritická rychlost proudění, kdy těleso kmitá s neklesající amplitudou. Ve 3D je simulován případ se stejnými počátečními podmínkami jako pro dva rozměry. Tyto případy jsou zde porovnány.

**Klíčová slova:** Výpočetní mechanika tekutin (CFD), interakce proudění a pružných těles, aeroelastická nestabilita, OpenFOAM

## Úvod

Pro řešení úkolu bylo nezbytné seznámit se s problematikou proudění v lidské dýchací soustavě, nastudovat základy teorie interakce proudění s pružnými tělesy, řešení dynamiky mechanických soustav se soustředěnými parametry a numerických metod pro řešení nestlačitelného proudění vazkých tekutin. Dále byly nastudovány pokročilejší koncepty práce s knihovnou OpenFOAM. V neposlední řadě byly realizovány numerické simulace ve 2D a 3D.

Lidský vokální trakt je komplexní systém, kde dochází k interakci proudění vzduchu hrtanem, pružných tkání hlasivek a zvukových vln. Kvůli špatnému rozlišení a rizikům spojeným s nadměrným ozářením lékařských metod (např. MRI, RTG) zatím nebylo možné pořádit časový záznam pohybů vnitřní struktury deformovatelných vnitřních tkání. Výzkum tohoto důležitého hlasového ústrojí se tedy mimo jiné ubírá směrem matematických modelů a numerických schémat, jejichž výstupy je možné ověřit pomocí pozorovatelných výsledků. Srovnáním různých přístupů k tomuto problému se zabývá Fariborz Alipour a kolektiv autorů ve svém článku [1].

Pohyb pružné tkáně hlasivek lze nahradit zjednodušenými mechanickými modely se soustředěnými parametry. Nejčastěji je to jednohmotový (prezentovaný v článku Flanagan, Landgraf [4]), dvouhmotový (představen například autorem Stevens [2]) a tříhmotový systém (Story a Titze [3]).

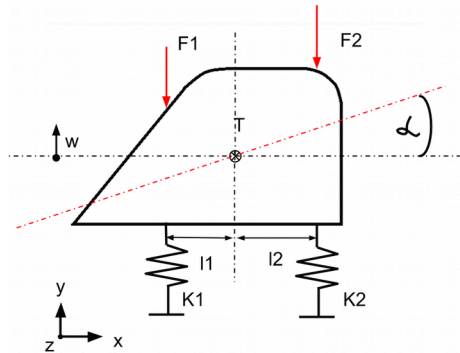
Druhý způsob modelování je založen na parciálních diferenciálních rovnicích (PDE). Jedná se o řešení vzájemně provázaných parciálních diferenciálních rovnic pro proudění, strukturální mechaniku hlasivek a akustických dějů. První PDE model byl představen v článku [4].

Velkým problémem při modelování samobuzených oscilací při fonaci je kontakt hlasivek. U standardních metod pro diskretizaci oblasti (MKP a MKO) může dojít k tomu, že v oblasti po pohybu hlasivek vzniknou elementy s nulovým rozměrem. V budoucnu budou ověřené matematické modely použity pro plánování operací, diagnostikování a rehabilitace přizpůsobené na míru konkrétnímu problému a pacientovi.

## Metodika

Hlasivky jsou pružná struktura kmitající vlivem proudícího vzduchu, svaly provádějí počáteční

nastavení tkání a geometrie štěrbin. Odvození pohybových rovnic proběhlo pomocí Lagrangerových rovnic II. druhu pro zjednodušený model hlasivky zobrazený na obrázku 1.



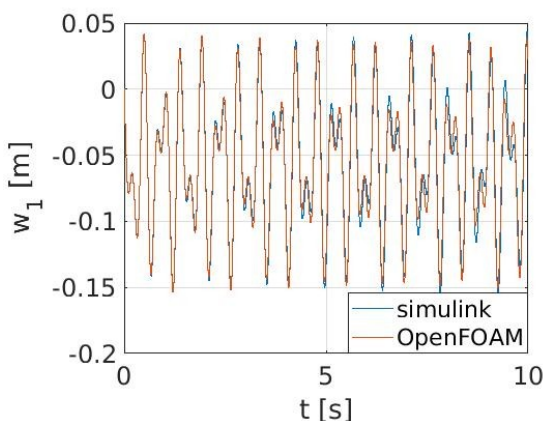
Obrázek 1: Geometrie tělesa představující hlasivku

Konstanty útlumu a tuhosti jsou odvozeny z vlastních frekvencí změřených ex vivo na skutečných lidských hrtanech.

V diplomové práci je diskutována cell-centered formulace metody konečných objemů, která je implementována v programu OpenFOAM. Více o této metodě lze nalézt v knize Ferziger [5].

## Výsledky a diskuze

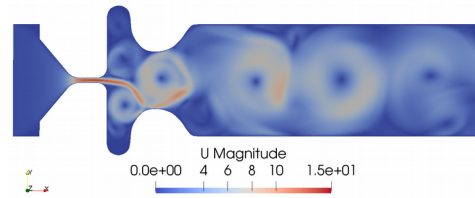
Matematický model pohybu hlasivky je zde použit pro ověření funkčnosti řešiče sixDoFRigidBodyMotion. Výsledky simulací z programu OpenFOAM jsou porovnány se simulacemi v programu Matlab Simulink. Obrázek 2 prokazuje shodu řešičů.



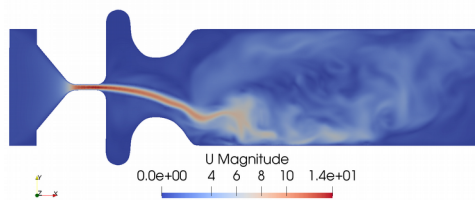
Obrázek 2: Vývoj výchylky  $w_1$  upevnění pružiny  $K_1$  pro těleso se dvěma stupni volnosti

Dále byl analyzován vliv počtu elementů sítě na výpočet kmitů pro 2D simulaci. Hranice aeroelastické nestability byla nalezena jako rychlost na vstupu domény  $u_x = 1,4$  m/s. Byla provedena studie vlivu počtu jader paralelního výpočtu na jeho rychlost, kde se potvrdila závislost dle Amdahlova zákona. Na obrázcích 3 a 4 jsou zobrazeny proudová pole

pro 2D a 3D simulaci. Na obrázku 4 proudového pole ve 3D je stejně jako ve 2D vidět zrychlování proudu v zúžené části kanálu. Na horním zaoblení hlasivky dochází k jeho odtrhávání. Na rozdíl od 2D simulace zde nevznikají velké víry, které se posouvají k výstupu z oblasti.



Obrázek 3: 2D simulace, rychlostní pole v čase  $t = 65$  ms



Obrázek 4: 3D simulace, rychlostní pole v čase  $t = 65$  ms volnosti

## Závěr

V této diplomové práci byl vyvinut zcela nový numerický model pro interakci proudění a tuhého tělesa se dvěma stupni volnosti pružně uloženého ve stěně kanálu, představujícím jednoduchý model lidské hlasivky. Velkou výzvou do budoucna je řešení dynamické změny sítě pro malé až nulové rozměry hlasivkové štěrbin.

## Poděkování

Tato práce byla podpořena z projektu Studentské grantové soutěže (SGS) na Technické univerzitě v Liberci v roce 2018.

## Reference

- [1] F. Alipour a kolektiv, "Mathematical models and numerical schemes for the simulation of human phonation," vol. 6, pp. 323–343, 09 2011.
- [2] K. N. Stevens, "Physics of laryngeal behavior and larynx modes," vol. 34, pp. 264–279, 1977.
- [3] B. Story and I. Titze, "Voice simulation with a body-cover model of the vocal folds," vol. 97, pp. 1249–60, 03 1995.
- [4] F. Alipour, D. Berry, and I. Titze, "A finite-element model of vocal-fold vibration," vol. 108, pp. 3003–12, 12 2000.
- [5] J. Ferziger and M. Peric, Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer Berlin Heidelberg, 2012.