

Numerické modelování hydromechaniky v porézním prostředí

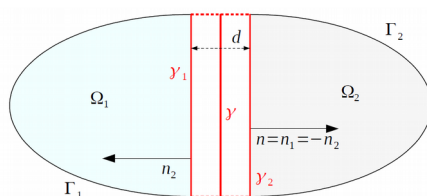
Svetlana Šaušová <svetlana.sausova@tul.cz>, Mgr. Jan Stebel, Ph.D.

Tato práce si stanovila dva cíle. Prvním je odvození modifikované verze Biotova systému parciálních diferenciálních rovnic pro oblast s redukovanou puklinou. Dalším z cílů je aproximace a numerické řešení tohoto modelu. Model je implementovaný pomocí softwarové knihovny FEniCS. Aplikací implementovaného modelu na konkrétní problém jsou vytvořeny dvě numerické simulace. Na základě výsledků, které poskytly tyto simulace, je posouzena funkčnost odvozeného modelu.

Klíčová slova: poroelasticita, hydraulické štěpení, diskretní puklina, FEniCS, numerické řešení, simulace

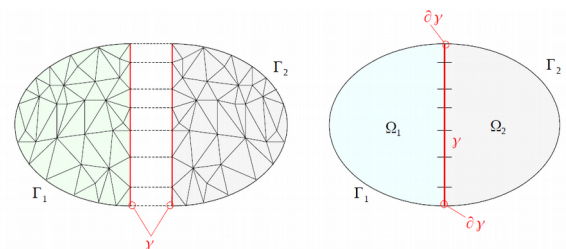
Úvod

V současnosti, kdy se zásoby fosilních paliv stenčují a znečištění poškozuje lidské zdraví, je velmi důležité hledat nové způsoby získávání energie. Jedním z takových alternativních přístupů je i využívání hlubinné geotermální energie pomocí tzv. **Hot Dry Rock (HDR)** systémů. Konstrukce jako i řízení HDR systémů je náročný úkol. V této práci se věnujeme především matematickému modelování **hydraulického štěpení**, jako procesu, který významně ovlivňuje účinnost HDR systémů. Hlavním zdrojem inspirace pro vytvoření této práce byly publikace [1], [2], [3]. V článku [1] autoři porovnávají řešení Darcyho rovnice pro oblast s konvenční a s redukovanou puklinou. V starších simulacích bylo nutné při každé změně ve výpočetní doméne redefinovat síť napr. při rozšiřování pukliny. V moderním numerickém simulování se pro popis šíření puklin používá XFEM, který umožňuje zachytit jak šíření puklin tak i singularity na konci puklin. V publikaci [2] autoři prezentují numerické řešení Biotova systému, jako kombinaci XFEM pro matici a FEM nižší dimenze pro tok tekutiny v porézním prostředí.



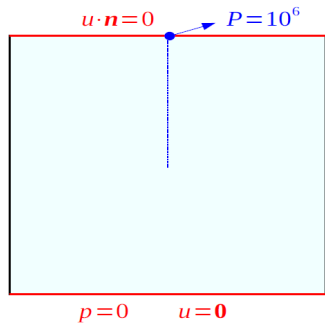
Obrázek 1: Oblast s redukovanou puklinou

Metodika



Obrázek 2: Prostorová diskretizace.

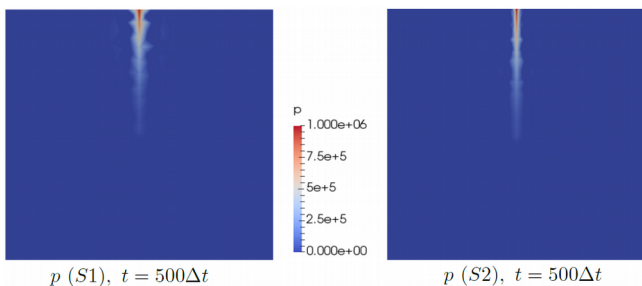
Nejdůležitější částí naší práce je odvození rovnic popisujících **poroelasticitu** (Biotov systém PDE), pro oblast Ω s dimenzionálně redukovanou puklinou γ (viz. Obrázek 1). V našem modelu jsme Darcyho rovnici i rovnici elasticity odvozovali samostatně pro oblast pukliny a pro oblasti okolí, spojení těchto rovnic jsme zabezpečili pomocí okrajových podmínek. Dalším cílem práce bylo vytvoření numerické simulace na základě odvozeného variačního problému. Redukovaný Biotův model jsme diskretizovali v čase jednoduchou *Eulerovou implicitní metodou*. Pro prostorovou diskretizaci oblasti Ω jsme zvolili *metodu konečných elementů* (FEM), kde oblasti Ω_1 , Ω_2 jsou sestaveny z planárních trojúhelníkových elementů a oblast redukované pukliny je aproximována pomocí 1D úsečkových elementů (viz. Obrázek 2). Pro implementaci jsme si zvolili softwarovou knihovnu FEniCS. FEniCS umožňuje implementaci problému (bilinárních resp. lineárních forem) v notaci velice podobné matematickému zápisu.



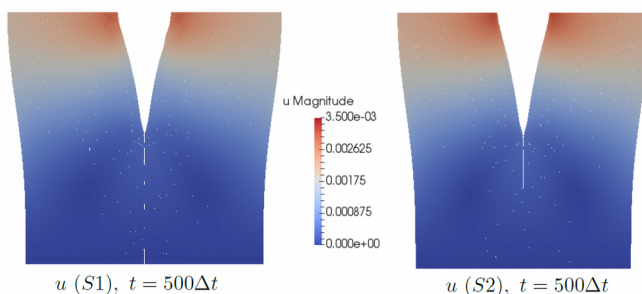
Obrázek 3: Okrajové podmínky.

Výsledky a diskuze

Funkčnost našeho modelu jsme ověřili vytvořením 2 jednoduchých numerických simulací. (S1, S2). Obě simulace byly počítány na stejné geometrii, za stejných okrajových podmínek pro tlak i posunutí (viz. Obrázek 3). Odlíšnost byla pouze v použité síti, jenž byla 3 krát jemnější v okolí bodu zadávání puklinového tlaku. Získané výsledky tlaku (Obrázek 4) a posunutí (Obrázek 5) nasvědčují tomu, že náš model funguje správně.



Obrázek 4: Tlakové pole $t = 500\Delta t$.



Obrázek 5: Vektorové pole posunutí $t = 500\Delta t$.

Šíření tlaku odpovídá faktu, že hydraulická vodivost (K) je mnohem vyšší v oblasti s puklinou a Lamého konstanty (λ , μ) jsou násobně nižší v této oblasti oproti parametrům (K , λ , μ) zadaných pro okolí. Pole posunutí simuluje rozevírání pukliny. Samozřejmě, nejde o posunutí v reálných hodnotách ale pro lepší demonstraci 1000-násobně zvětšené.

Závěr

Přínosem této práce může být, že námi odvozený model řeší na rozdíl od modelů prezentovaných ve výše zmíněných publikacích, i *lineární elasticitu* a je *časově nestacionární*. Cílem naší práce není vytvořit komplexní simulaci, jenž by modelovala všechny relevantní procesy při hydraulických štěpení, ale pouze ověřit zda námi odvozený model pracuje správně.

Na Obrázku 5 můžeme pozorovat jisté nespojitosti. *FEniCS* nedokáže definovat funkce jenž byly nespojitě jenom někde a ve zbytku oblasti spojitě. Aby jsme tedy mohli definovat řešení jenž je spojitě v okolí (matrici) a nespojitě na hranici pukliny, použili jsme *Nespojitou Galerikovu metodu* a nespojitosti na hranicích elementů jsme řešili penalizací. Nespojitosti jenž se objevily ve výsledcích by bylo teoreticky možné odstranit precizněji zvolenou penalizační konstantou (případně úkol pro budoucí práci). Naše simulace poskytuje obecně spolehlivější výsledky pro makroskopické rozměry pukliny ($d \approx 10^{-2} [m]$). Pro uspokojivé výsledky i při mikroskopické šířce pukliny ($d \approx 10^{-3} [m]$) je důležitý vzájemný poměr parametrů (K , λ , μ) v puklině a mimo ní.

Poděkování

Tato práce byla podpořena z projektu Studentské grantové soutěže (SGS) na Technické univerzitě v Liberci v roce 2018. Také bych rada poděkovala vedoucímu práce Mgr. Janu Stebelovi, Ph.D. za velkou trpělivost, cenné rady a za to obrovské množství času, jenž mi ochotně věnoval při tvorbě této práce.

Reference

- [1] Martin, V., Jaffre, J., and Roberts, J. E. *Modeling fractures and barriers as interfaces for flow in porous media*. SIAM Journal on Scientific Computing 26, 5 (2005), 1667-1691.
- [2] Hanowski, K. K., and Sander, O. *Simulation of deformation and flow in fractured, poroelastic materials*. Preprint, arXiv:1606.05765 (August 15, 2016), 1-36.
- [3] Liu, R. *Discontinuous Galerkin Finite Element Solution for Poromechanics*. PhD thesis, December 2004.