

Aplikace pro numerické řešení matematických úloh

Autor: Bc. Zdeněk Kybl

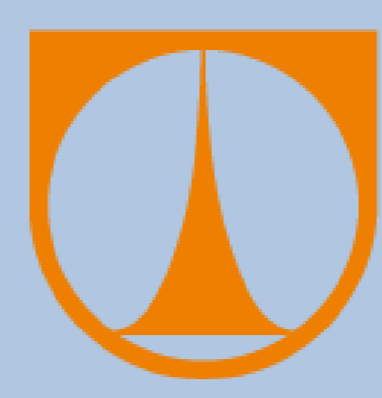
Vedoucí práce: RNDr. Dana Černá, Ph.D

Abstract

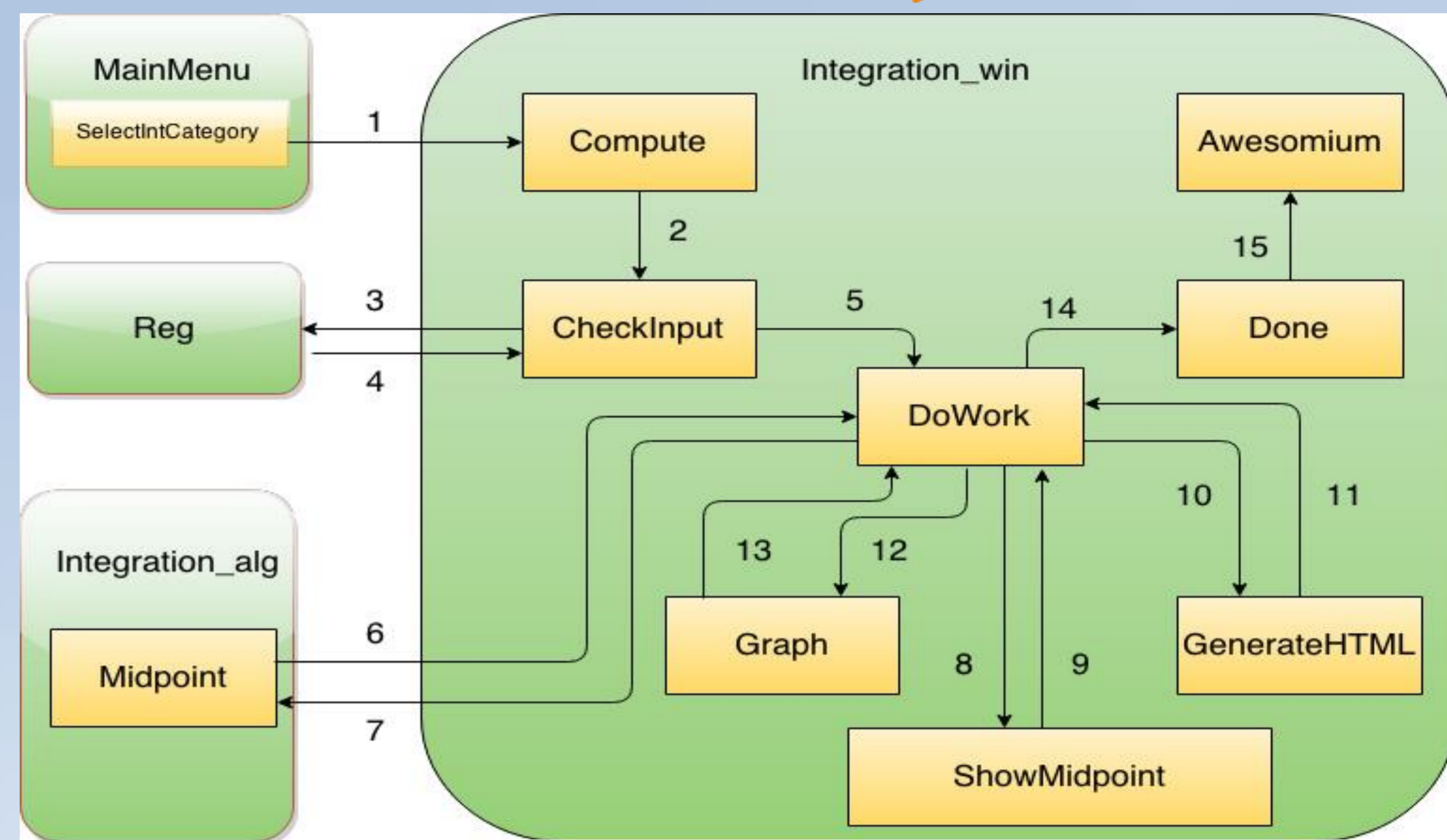
The aim of the thesis is a review of numerical methods and manufacturing applications, which are mainly used as a didactic aid for students studying the problems of numerical mathematics. The theoretical part is divided into six chapters, where each chapter outlines the main principles of numerical methods, one branch of numerical mathematics. Work gradually introduces algorithms dealing with approximations and interpolation functions, numerical integration and differentiation, solution of nonlinear equations, methods for solving systems of linear equations and algorithms serving for calculating eigenvalues and eigenvectors of real symmetric matrices. The practical part is firstly introduced by application implemented in language C# in terms of its design, which introduces each application layer in more details. Then the interaction of the layers of the application during its use is illustrated. To ensure sufficient levels of educational uses the application uses tools for viewing not only the results, but also the process leading to their achievement. In the case of approximation and interpolation functions, solving nonlinear equations and numerical integration a didactic level is enhanced by graphical interpretation of the examples and its solutions. The application also includes a set of training tasks and supports exports to other formats. The websites were made for distribution of the application.

Úvod

Vysoké školy se již řadu let snaží přilákat více studentů ke studiu technických věd. Předpokládaná práce si klade za hlavní cíl poskytnout didaktickou aplikaci, jež by pomohla studentům při studiu numerické matematiky. Numerická matematika je využívána v situacích, kdy je nalezení analytického řešení nemožné, nebo příliš složité a pracné. V praxi ovšem ve většině případů není nutné znát přesné řešení problému, ale pouze řešení přibližné a právě k tomu jsou využívány numerické metody.



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta mechatroniky, informatiky
a mezioborových studií



Obr. 2 Zjednodušený postup výpočtu úlohy pomocí složeného lichoběžníkového pravidla

Byla zadána funkce: $f(x) = x^3 - x^2$.

Úkolem je určit hodnotu integrálu funkce f na intervalu: $[-5;6]$.

Zvolená metoda: Složené lichoběžníkové pravidlo

Předpis zvolené metody:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2} \left[f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{m-1} f(x_i) + f(x_m) \right], \text{ kde } h = \frac{b-a}{m} \text{ a } x_i = a + ih$$

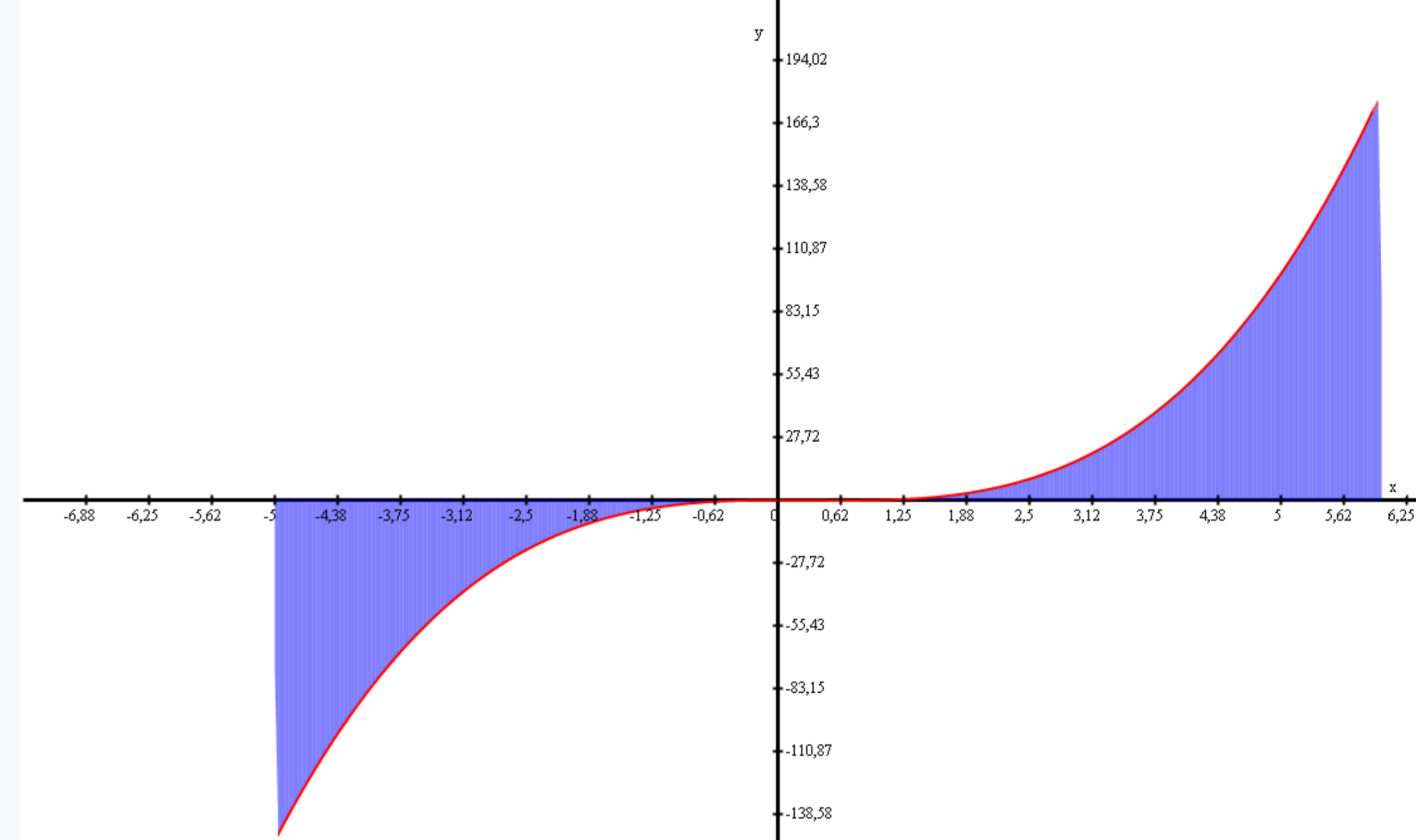
Počet dílů, na který bude interval rozdělen: 160

$$\text{Krok } h \text{ metody: } \frac{6-(-5)}{160} = \frac{11}{160}$$

Výsledek

$$\text{Výsledná hodnota integrálu } \int_{-5}^6 x^3 - x^2 dx \approx \boxed{54,08442 + 0,00434}$$

Grafické znázornění výpočtu integrálu funkce $f(x) = x^3 - x^2$



Obr.3 Ukázka výstupní HTML stránky pro úlohu spočtenou složeným lichoběžníkovým pravidlem (bez postupu výpočtu)

Shrnutí

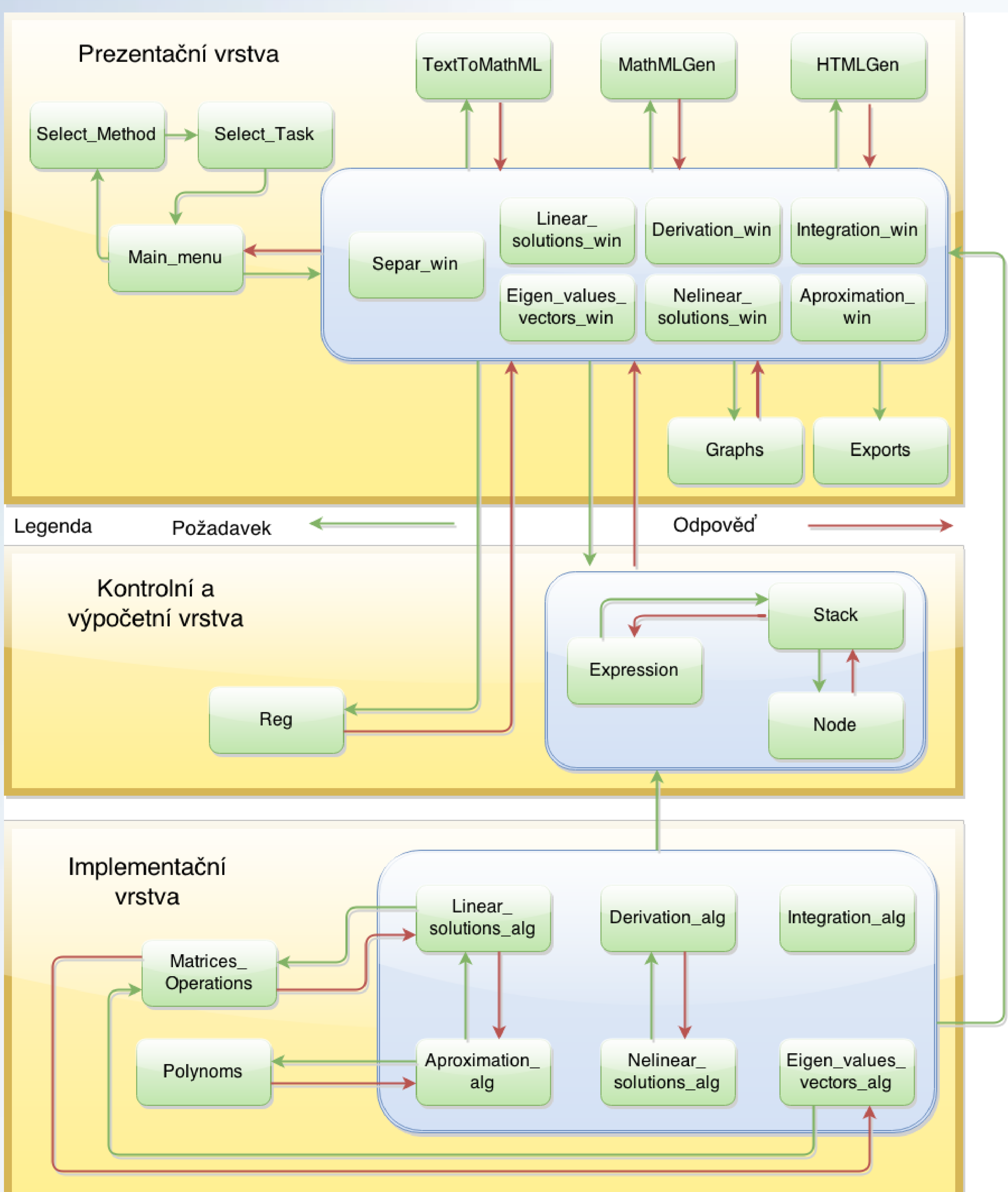
V první části diplomové práce je věnován prostor charakteristice vybraných numerických metod. Druhá část je věnována popisu aplikace. Pro implementaci aplikace byly využity jazyky C#, HTML, JavaScript, XML a MathML kód (jazyk pro zápis matematických výrazů). Architektura aplikace je rozdělena do tří vrstev. Nejnížší vrstva obsahuje implementaci numerických metod, prostřední mezivrstva slouží pro kontrolu uživatelem zadaných dat a pro převod matematických výrazů z infixové do postfixové notace. Dále je zde naprogramován algoritmus sloužící pro vyčíslení všech matematických výrazů v aplikaci. Prezentační vrstva obsahuje formulář pro každé uvažované odvětví numerické matematiky. Pomocí těchto formulářů je přijímáno zadání úlohy, a zároveň slouží pro zobrazení řešení. Dále jsou zde například konstrukce pro automatický převod výrazu do MathML kódu. Aplikace obsahuje 46 numerických metod z 6 odvětví numerické matematiky. Každá metoda kromě výsledku obsahuje i postup, kterým bylo výsledku dosaženo. Pro zvýšení didaktické úrovně jsou matematické výrazy vykreslovány pomocí knihovny MathJax. Aplikace dále umožňuje export výsledku do dalších formátů (např. XML, HTML, JPG, PDF). U vhodných metod je zobrazeno i grafické řešení matematické úlohy. Uživatel může zadávat své úlohy nebo může využít připravenou sadu úloh. Aplikace je přístupná na webu www.numericke metody.cz.

Kontakt

Bc. Zdeněk Kybl
zdenek.kybl@gmail.com
+420 607 146 687

Poděkování Grantu SGS

Tato práce byla podpořena z projektu Studentské grantové soutěže (SGS) na Technické univerzitě v Liberci v roce 2015



Obr. 1 Diagram modelu aplikace