



Váhová funkce Preisachova modelu pro feromagnetické látky

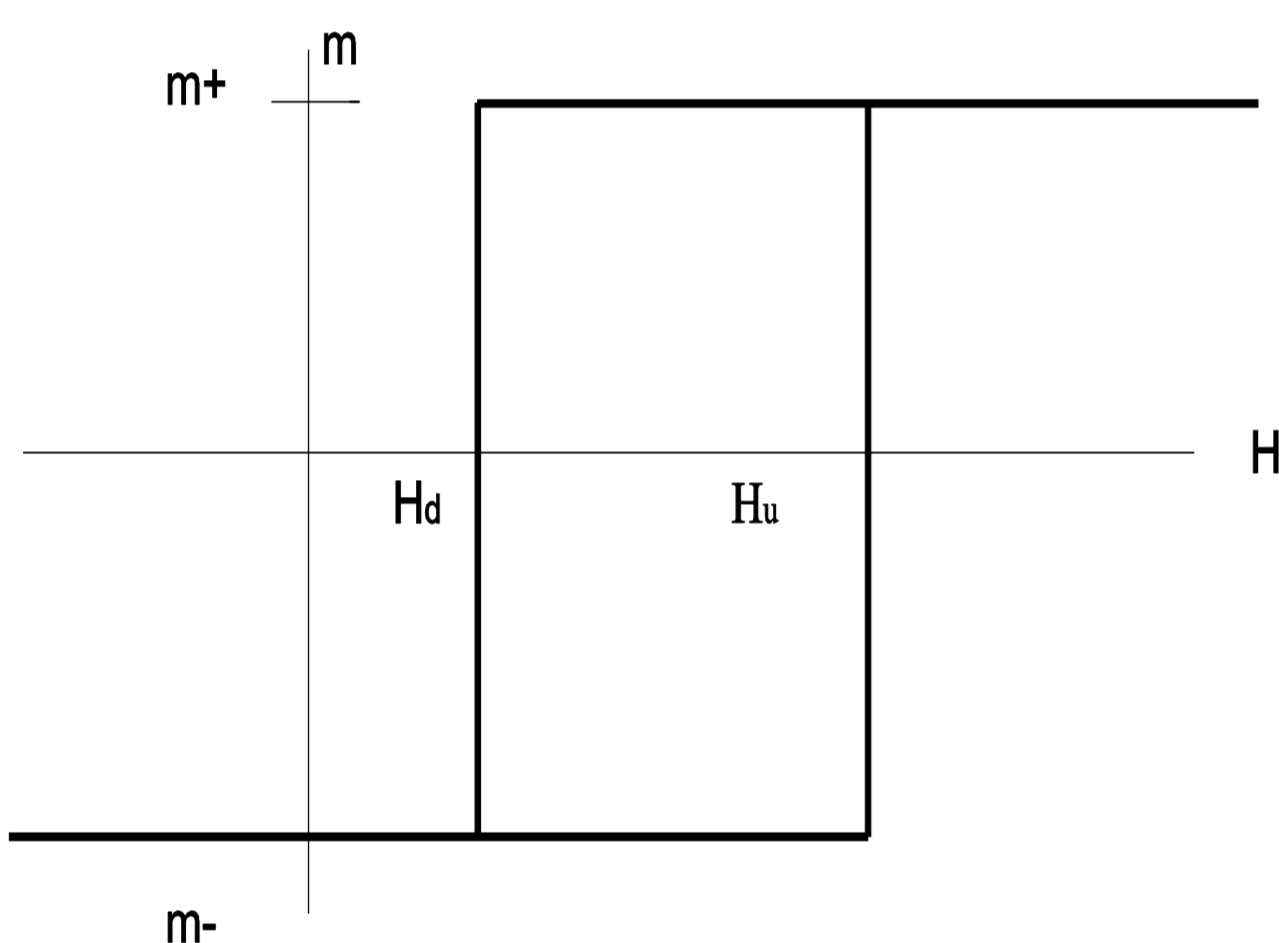
Bc. Jakub Eichler, Ing. Miroslav Novák, Ph.D.

Abstrakt: Práce se zabývá návrhem a realizací jednoduchého postupu pro získání váhové funkce Preisachova modelu. Jelikož je přímé určení váhové funkce z experimentu problém z důvodu nutnosti provést dvě parciální derivace, aproximujeme ji vhodnými funkcemi používanými pro hustotu pravděpodobnosti. Tato jednoduchá metoda dává dobrou shodu s experimentem

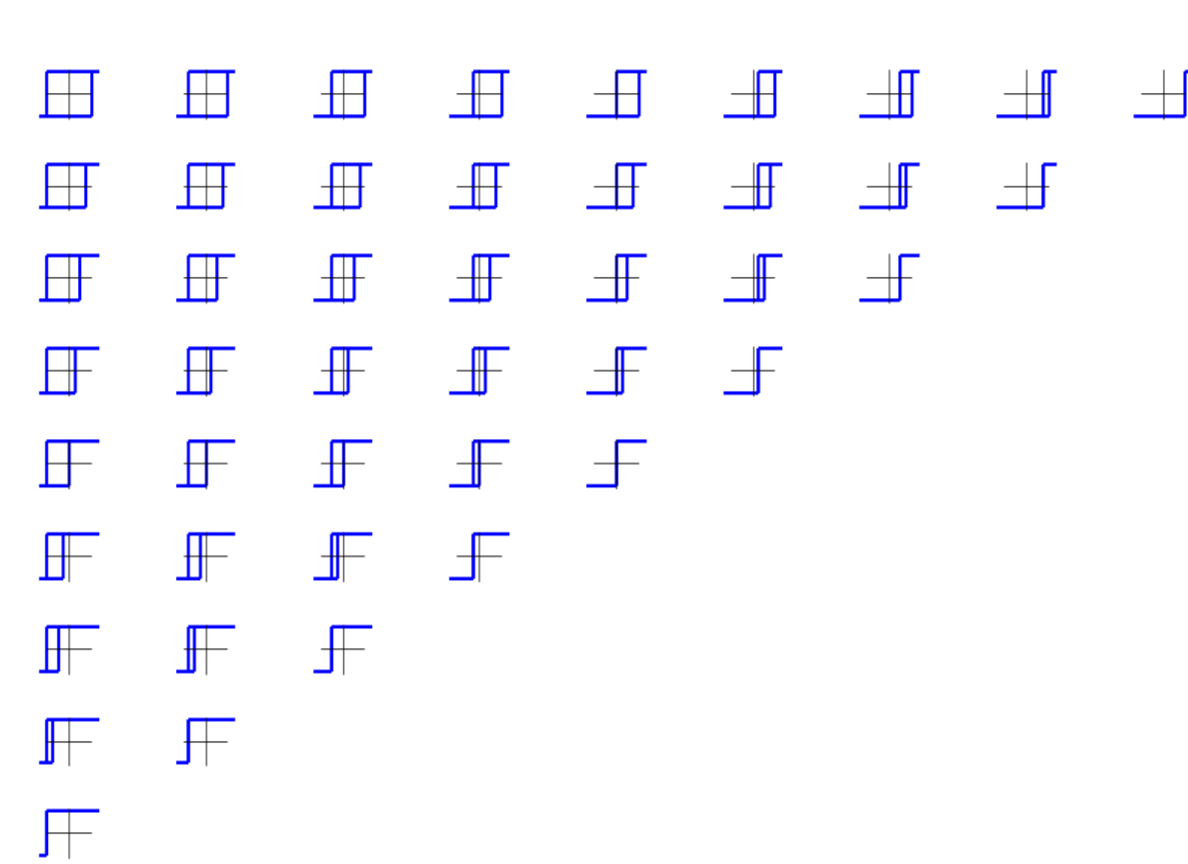
Cíl práce: Navrhnout a realizovat postup určení váhové funkce pro Preisachův model

Úvod: V technické praxi je často potřeba studovat přechodové jevy transformátorů zejména ferorezonance a zapínací proudy. Protože při nich pracují materiály v silně nelineární části materiálové charakteristiky, je pro jejich zkoumání důležitý kvalitní a přesný matematický model hysterese. Cílem této práce je navrhnout takový model a možnost nastavení jeho parametrů, tak aby byla co nejlepší shoda měřených a modelovaných průběhů. Preisachův model se jeví jako dostatečně vhodný pro tuto aplikaci.

Teorie: Pokud chceme Preisachův model [1] názorně popsat, je nejlepší přístup použít geometrické znázornění, které je založeno na Preisachově trojúhelníku a elementárních hysteronech. Ty mají pravouhloú hysterese smyčku, obrázek 1. Jejich systematické rozmístění je na obrázku 2 [2]. Tento obrázek ukazuje závislost mezi geometrickým umístěním hysteronu a jeho překlápěcích úrovní H_u a H_d .

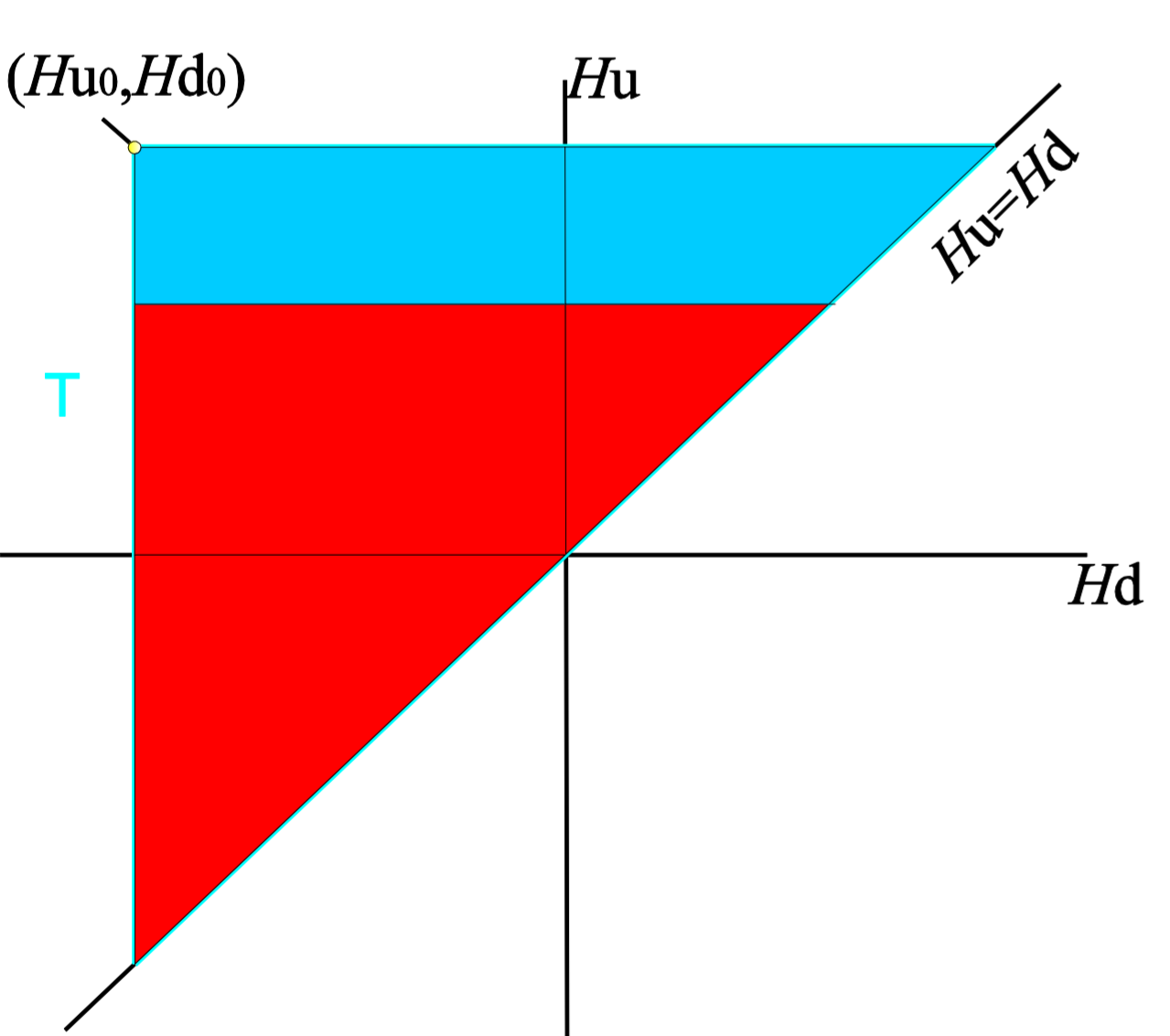


Obrázek 1 Obecný hysteron

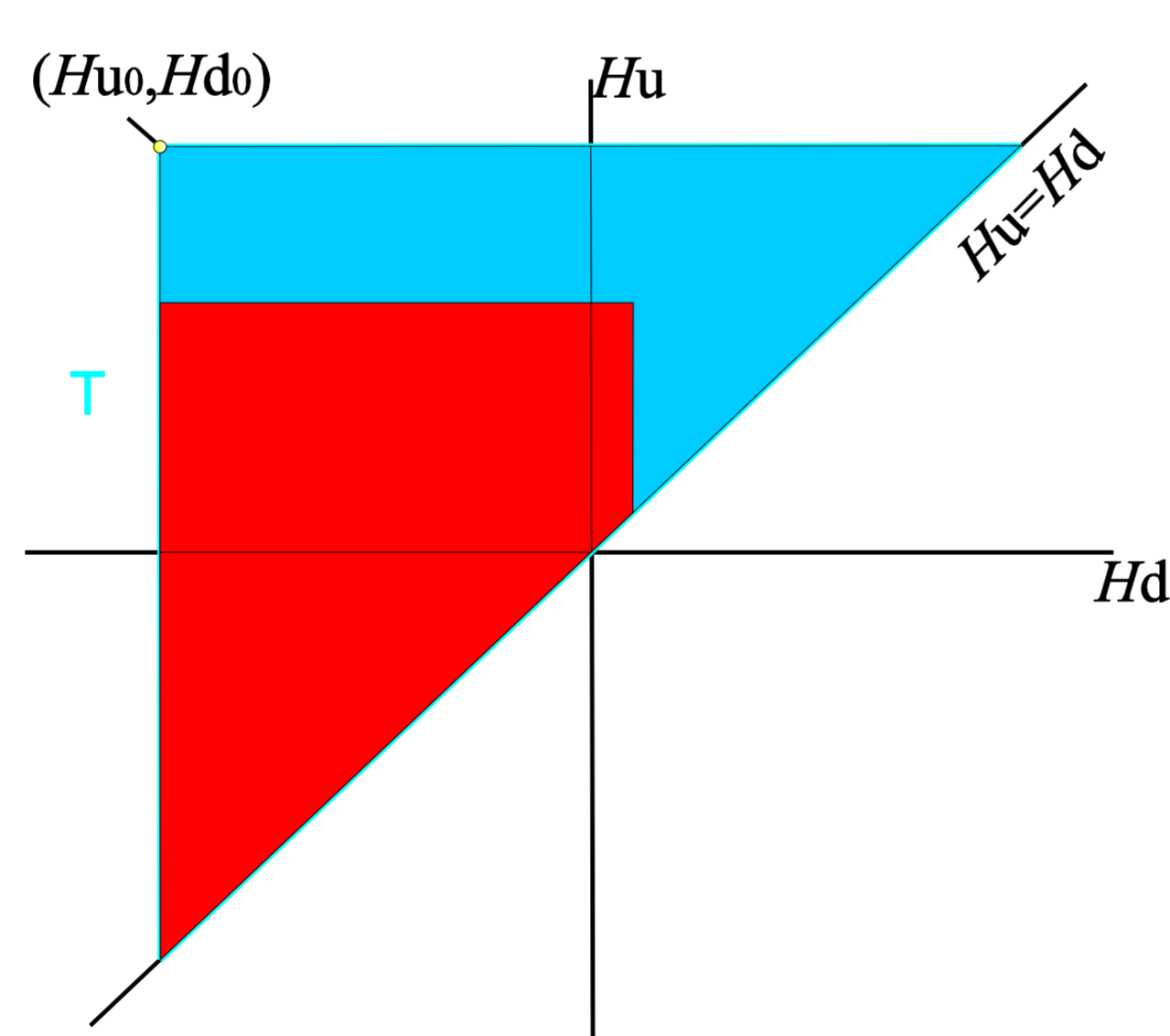


Obrázek 2 Rozložení hysteronů

Preisachův model funguje velmi jednoduše, při růstu vstupu jsou všechny hysterony jejichž překlápěcí úroveň H_u je pod hodnotou tohoto vstupu překlápěny „nahoru“ tj. kladně magnetizované. Při poklesu vstupu jsou hysterony jejichž překlápěcí úroveň H_d je vyšší než aktuální vstup překlápěny „dolů“ tj. záporně magnetizované. Jinak řečeno při nárůstu buzení vzniká vodorovné rozhraní mezi kladně a záporně magnetizovanými částicemi, při poklesu vzniká svislé rozhraní. Tento jev je znázorněn na obrázcích 3 a 4. Hysterezi v modelu zajišťuje to, že při poklesu se překlápějí jiné hysterony než při růstu.



Obrázek 3 Růst buzení, vodorovná hranice



Obrázek 4 Pokles buzení, svislá hranice

Matematický popis Preisachova modelu (1) je pouhým dvojným integrálem přes plochu trojúhelníku T , např. na obrázku 3.

$$M(t) = \iint_{H_u \geq H_d} \varphi(H_u, H_d) \hat{m}(H_u, H_d) H(t) dH_u dH_d \quad (1)$$

Operátor \hat{m} pouze překlápí hysterony „dolů“ a „nahoru“ a intenzita $H(t)$ je vstupní budící veličina. Tudiž jediným parametrem modelu, který můžeme ovlivnit, je váhová funkce $\varphi(H_u, H_d)$. Tato funkce určuje tvar modelované hysterese smyčky, je tudíž klíčovou úlohou ji přesně získat. Bohužel je dvojitou parciální derivací magnetizace podle proměnných H_u a H_d , viz vztah (2). Derivace totiž zesiluje experimentální chyby, proto ji nelze získat numerickou derivací experimentálních výsledků.

$$\varphi(H_u, H_d) = \frac{\partial^2 M(H_u, H_d)}{2H_u H_d} \quad (2)$$

Odhad váhové funkce: Z fyzikálních úvah jsme dospěli k závěru, že váhová funkce nabývá výrazného maxima, musí být symetrická podle vedlejší diagonály a její maximum leží na vedlejší diagonále. Polohu maxima jsme určili ze šířky experimentální smyčky. Pak jsme se pokusili váhovou funkci „uhádnout“ pomocí součinů dvou funkcí používaných pro hustotu pravděpodobnosti [3]:

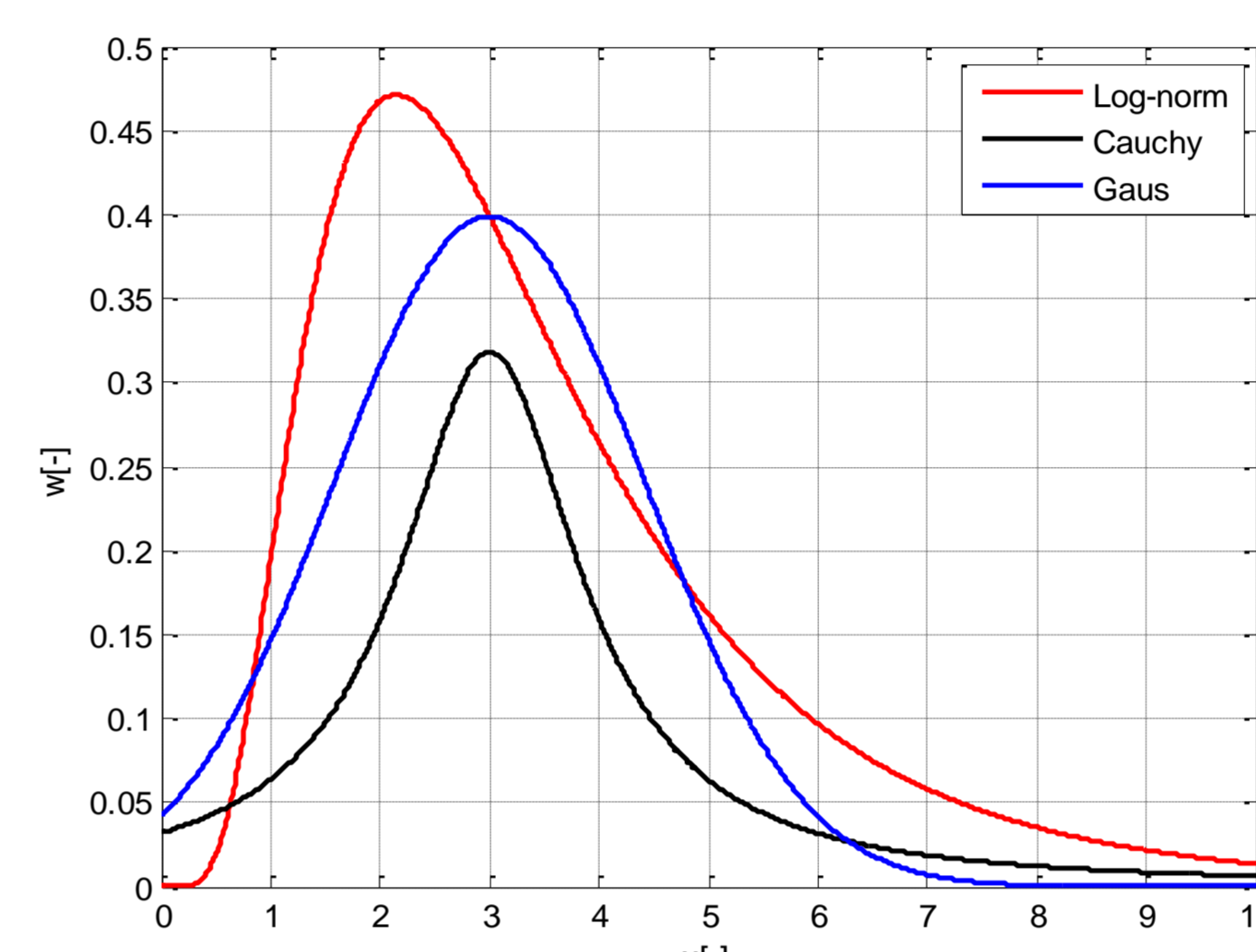
$$Wn(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad Wl(x) = \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-\frac{\ln^2(x/\mu)}{2\sigma/\mu}} \quad Wc(x) = \frac{1}{\pi\sigma} \frac{1}{1+[(x-\mu)/\sigma]^2}$$

Gaussovo rozdělení

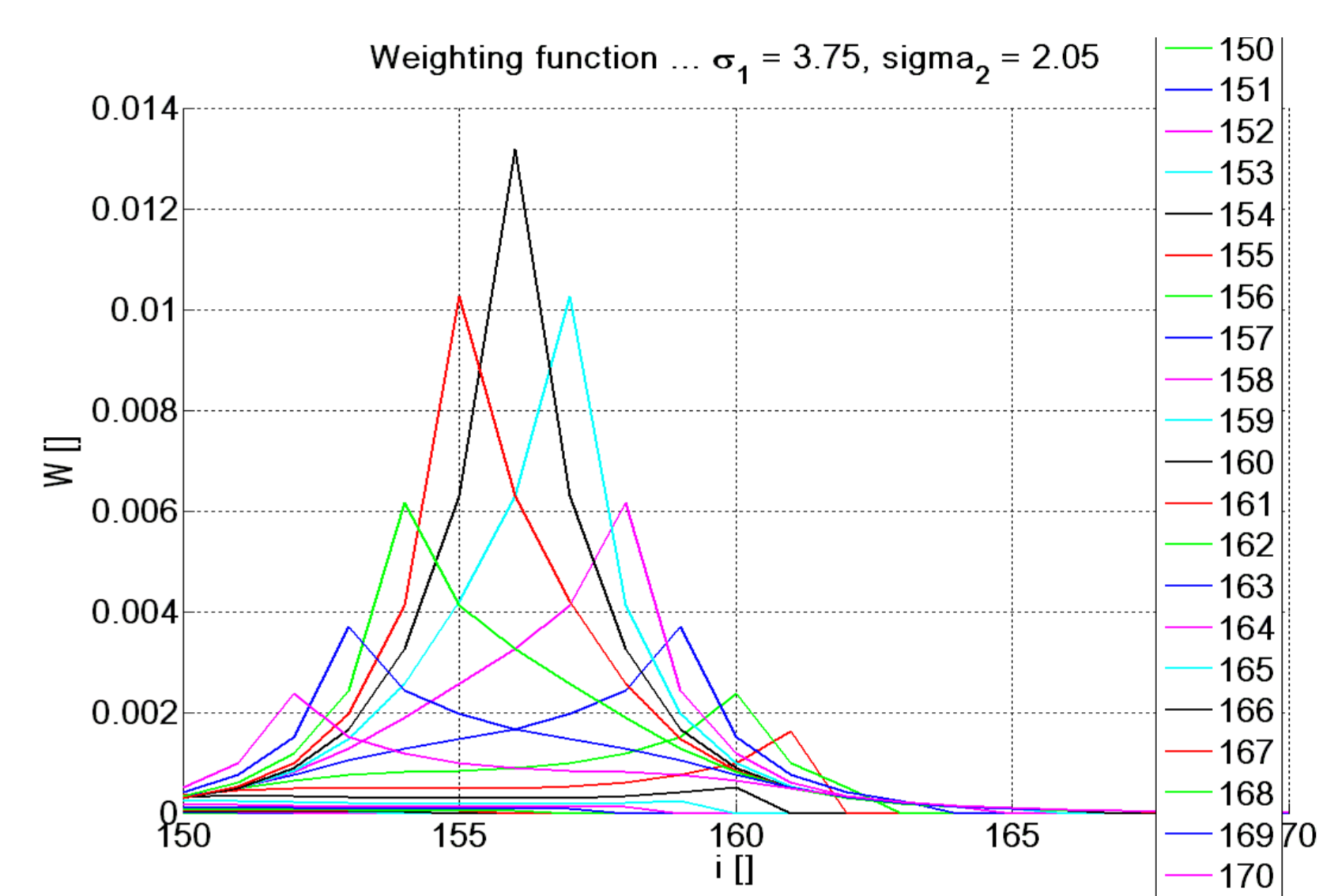
logaritmicke-normální rozdělení

Cauchyho rozdělení

První rozdělení pracuje s tím, že proměnná x udává vzdálenost od hlavní diagonály (přepony trojúhelníku). Pro druhé je proměnná vzdálenost od vedlejší diagonály, tudíž zde nesmí být použito logaritmicke-normální rozdělení z důvodu, že není symetrické, viz porovnání průběhů jednotlivých hustot pravděpodobnosti na obrázku 5 ($\mu=3$ a $\sigma=1$).



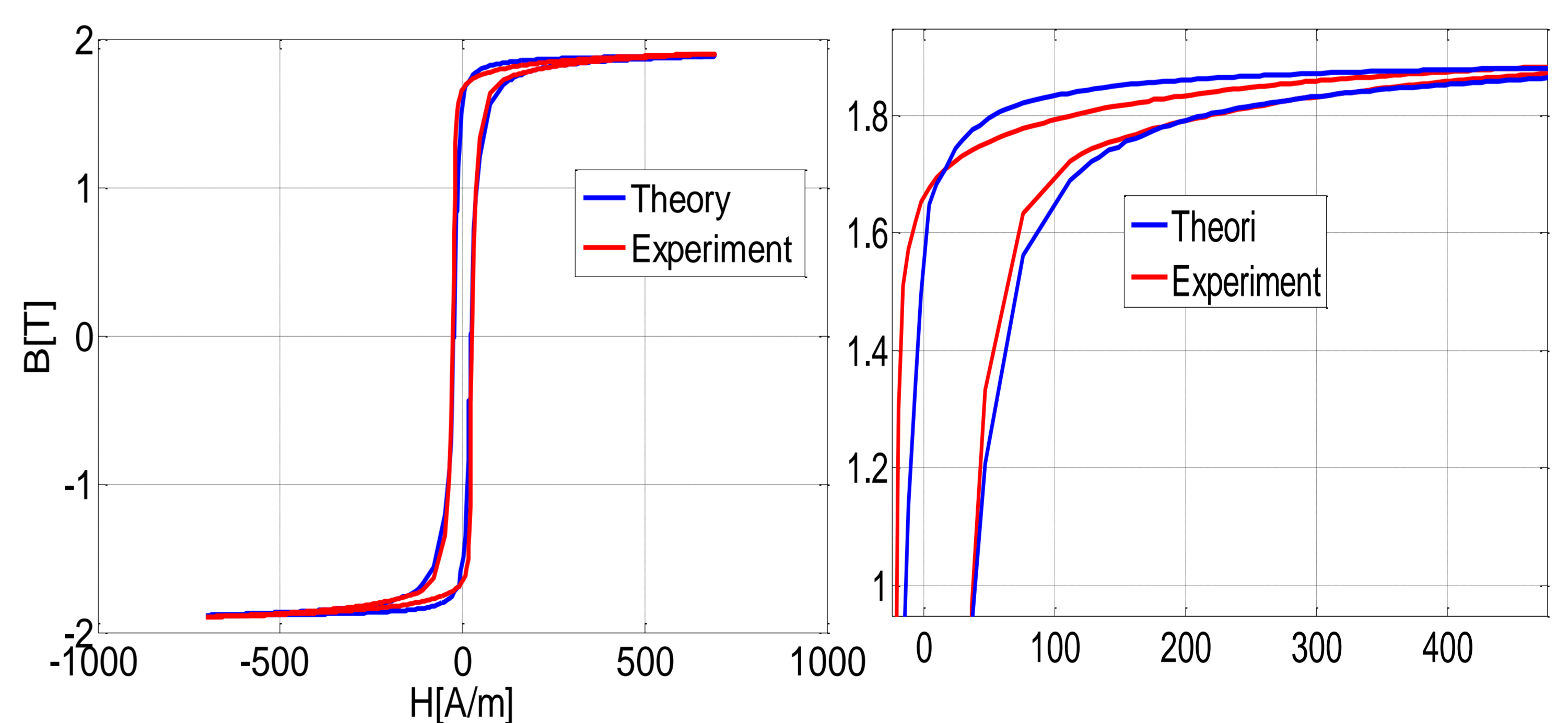
Obrázek 5 Průběhy rozdělení



Obrázek 6 Řezy váhové funkce

Matice rozdělení jsou počítány dvě, pro každé rozdělení, poté váhová funkce je získána násobením matic po prvcích. Řezy této funkce v okolí maxima jsou na obrázku 6, kde parametrem je řádek matice a proměnnou je sloupec matice. 3D graf zde není uveden, neboť je špatně viditelný, kvůli velmi malým hodnotám mimo blízké okolí maxima.

Parametry rozdělení byly optimalizovány procedurou *fminsearch* v MATLABu. Tato procedura hledá minimum ve vícerozměrném prostoru pomocí simplexní metody. Pro aplikaci je potřeba naprogramovat kritérium, které vrátí skalární veličinu, jejíž minimum se hledá. Spočítat sumu absolutních hodnot odchylek přímo na hysterese smyčce by bylo obtížné, proto se počítají odchylky indukce v časové oblasti. Výsledná hysterese smyčka po optimalizaci je na obrázku 7, aby byla lépe vidět přesnost aproximace, je na obrázku 8 detail kolene hysterese smyčky.



Obrázek 7 porovnání modelu a experimentu

Obrázek 8 detail kolene hysterese smyčky

Závěr: I přesto, že jsme nepoužili systematický postup určení váhové funkce, ale pokusili jsme se ji „uhádnout“ dosáhli dobré shody s experimentem, která potvrzuje praktickou použitelnost jednoduchého modelu. Výhodou tohoto přístupu je, že není potřeba provádět složitá měření, ale stačí jediná smyčka a to pro maximální buzení. Pro jiná buzení a zejména pro jiné materiály (např. nežehnané jádro) může být shoda modelu s experimentem horší.

Literatura

[1] Bertotto G. and Mayergoyz I.: The science of hysteresis. Vol. 1, 2 and 3. Elsevier, 2006. ISBN 978-0--2-369431-7

[2] Eichler J.: Modelování a měření hysterese smyček feromagnetik za různých podmínek buzení. Diplomová práce, TU v Liberci, 2015.

[3] Pruksanubal P., Binner A. and Gonschorek K. H.: Determination of distribution functions and parameters for the Preisach hysteresis model. 17th International Zurich symposium on electromagnetic compatibility, 2006, pp. 258 – 261.

Poděkování

Tato práce byla podpořena z projektu Studentské grantové soutěže (SGS) na Technické v Liberci v Liberci v roce 2015