



Jednoduchá a přesná aproximace charakteristik zesilovače pomocí racionální lomené funkce

Bc. Jakub Eichler Ing. Miroslav Novák Ph.D

Abstract

Current source design for magnetic measurements needs a good approximation of power amplifier characteristics. The measurement was made both in the time and frequency domain. Characteristics were approximated by rational function using the MATLAB procedure `fminsearch`. Approximation from time domain can be used in technical praxis effectively. In the frequency domain very good approximation can be achieved for sufficient number of attempts: the deviation of amplitude characteristic can be better than 0.1 dB and for phase one is even under 1°.

Cíl

Ověřit základní metody měření přenosových charakteristik nízkofrekvenčního zesilovače SDA500NPN a aproximovat je analytickým výrazem. Ten bude pak použit pro blok zesilovače v systému Simulink.

Úvod

Epsteinův přístroj slouží ke snadnému měření magnetických vlastností vzorků feromagnetických materiálů, aniž by bylo nutno je předem speciálně upravit. Nejlepších výsledků se dosáhne při buzení harmonickým proudem, které má teoretickou výhodu v tom, že odpovídá fyzikální definici hysterezní smyčky. Navíc lze snadno odstranit stejnoměrnou složku, nebo naopak provést měření na zmagnetovaném vzorku. Proudový zdroj pro buzení harmonickým proudem vyžaduje poměrně složitý zpětnovazební regulační systém. Poněvadž se musí napájet indukční nelineární zátěž, je nutná detailní analýza (či simulace) návrhu, např. v komerčním systému Simulink. Klíčovou částí návrhu je výkonový zesilovač, proto je nutné dobře znát jeho charakteristiky.

Teorie

Základní charakteristiky zesilovače podává teorie obvodů [1], která jej modeluje dvoubranem. Z lineárního modelu plynou tyto základní charakteristiky:

- Frekvenční – závislost přenosu na frekvenci, parametrem je vstupní napětí, zatěžovací impedance. (Základní).
- Budicí – závislost přenosu na vstupním napětí, parametrem je frekvence, zatěžovací impedance.
- Výstupní – závislost výstupního napětí na odebraném proudu, praktickou proměnnou je zatěžovací impedance, parametrem je frekvence, vstupní napětí.
- Vstupní – závislost vstupního proudu na vstupním napětí, obvykle je vstupní proud prakticky nulový.

Charakteristiky jsou obecně komplexní, proto se uvádí zvlášť amplitudová a fázová, např. amplitudová frekvenční charakteristika.

Základní přenosovou frekvenční charakteristiku lze získat těmito hlavními metodami

Časová oblast

- Odezva na jednotkový impuls + Fourierova transformace.
- Odezva na jednotkový skok + Laplaceova transformace.

Frekvenční oblast

- Přenos harmonického napětí proměnné frekvence.

Aproximace charakteristik: Optimální je použít obecně komplexní racionální lomenou funkci, která je také výsledkem analýzy konkrétní realizace pomocí teorie obvodů [1]. Metody určení jejich koeficientů (identifikace soustavy):

- Komerční SW pro odezvu na jednotkový skok v časové oblasti
- Vlastní SW pro frekvenční oblast.

Použité aproximační funkce

Komerční SW V oblasti automatického řízení se systémy popisují obrazovým přenosem, jehož struktura je popsána pro náš konkrétní případ vztahem (1). Pro identifikaci je zapotřebí určit koeficienty polynomů b a a . Pro zjištění reakce na buzení signál je použit příkaz `lsim`, kterému je dán aproximovaný systém a měřená buzení, vrácí jeho reakci, která se srovnává s měřenou odezvou.

$$F(s) = \frac{b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + 1} \cdot e^{-s \cdot T_d} \quad (1)$$

Hledání minima je zajištěno funkcí `fminsearch` (simplexní metoda), která má jako kritérium sumu čtverců rozdílů měřené reálné odezvy a simulované odezvy aproximovaného přenosu.

Vlastní SW používá rovněž racionální lomené funkce, poněvadž v teorii obvodů [1] jsou obvodové funkce obvykle podílem dvou polynomů s různými mocninami frekvence a komplexními koeficienty.

Pro aproximaci přenosové charakteristiky $F(j\omega)$ jsme použili racionální funkci se stejným stupněm čitatele i jmenovatele ve tvaru:

$$F(j\omega) = K \frac{1 + \hat{A}_1 \omega + \hat{A}_2 \omega^2 + \dots + \hat{A}_n \omega^n}{1 + \hat{B}_1 \omega + \hat{B}_2 \omega^2 + \dots + \hat{B}_n \omega^n} \quad (2)$$

kde ω je úhlová frekvence, K, A_i, B_i ($i=1, 2, \dots, N$) jsou obecně komplexní koeficienty, jejichž optimální hodnoty je nutno nalézt. Komplexní přenosová funkce (2) se obvykle prezentuje jako dvojice reálných charakteristik, amplitudové a fázové. Častý popis přenosové funkce (2) je pomocí nul (kořeny čitatele) a pólů (kořeny jmenovatele).

Vzhledem k rozsahu několik řádů frekvence pro frekvenční oblast bylo nutno použít logaritmickou stupnici pro frekvenci a tento průběh se aproximoval s využitím procedury `fminsearch` v MATLABU.

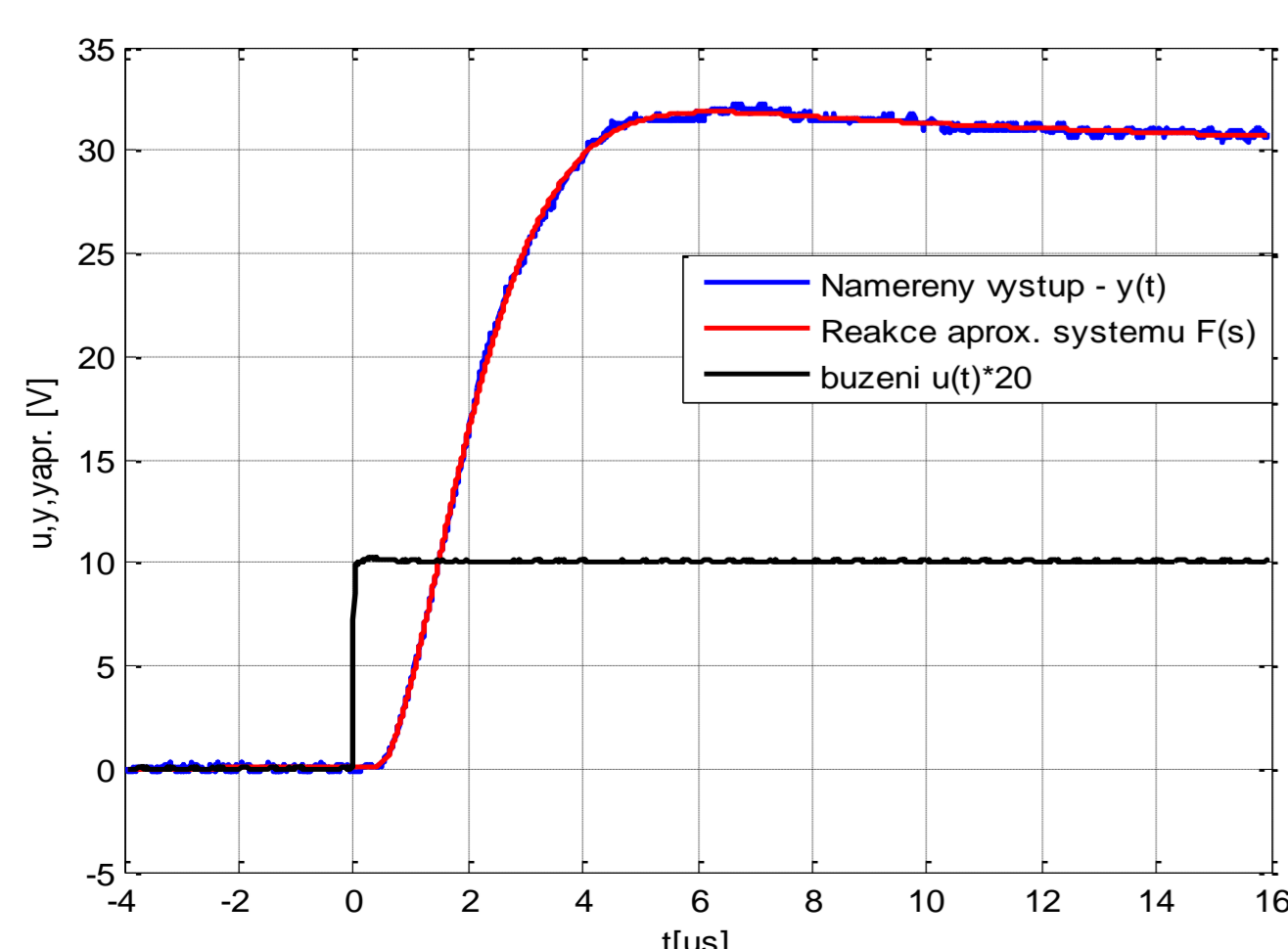
Komplikace u procedury `fminsearch`

Tato procedura hledá koeficienty tak, aby součet čtverců odchylek experimentu a aproximace (nejmenší čtverce) byl minimální. Končí nalezením nějakého lokálního minima. Poněvadž koeficienty tvoří prostor vysoké dimenze, lokálních minim je mnoho. Proto je nutno tuto proceduru spouštět mnohokrát s různými počátečními podmínkami. Pokud se minimální hodnota nejmenších čtverců opakuje několikrát, možná bylo dosaženo absolutního minima.

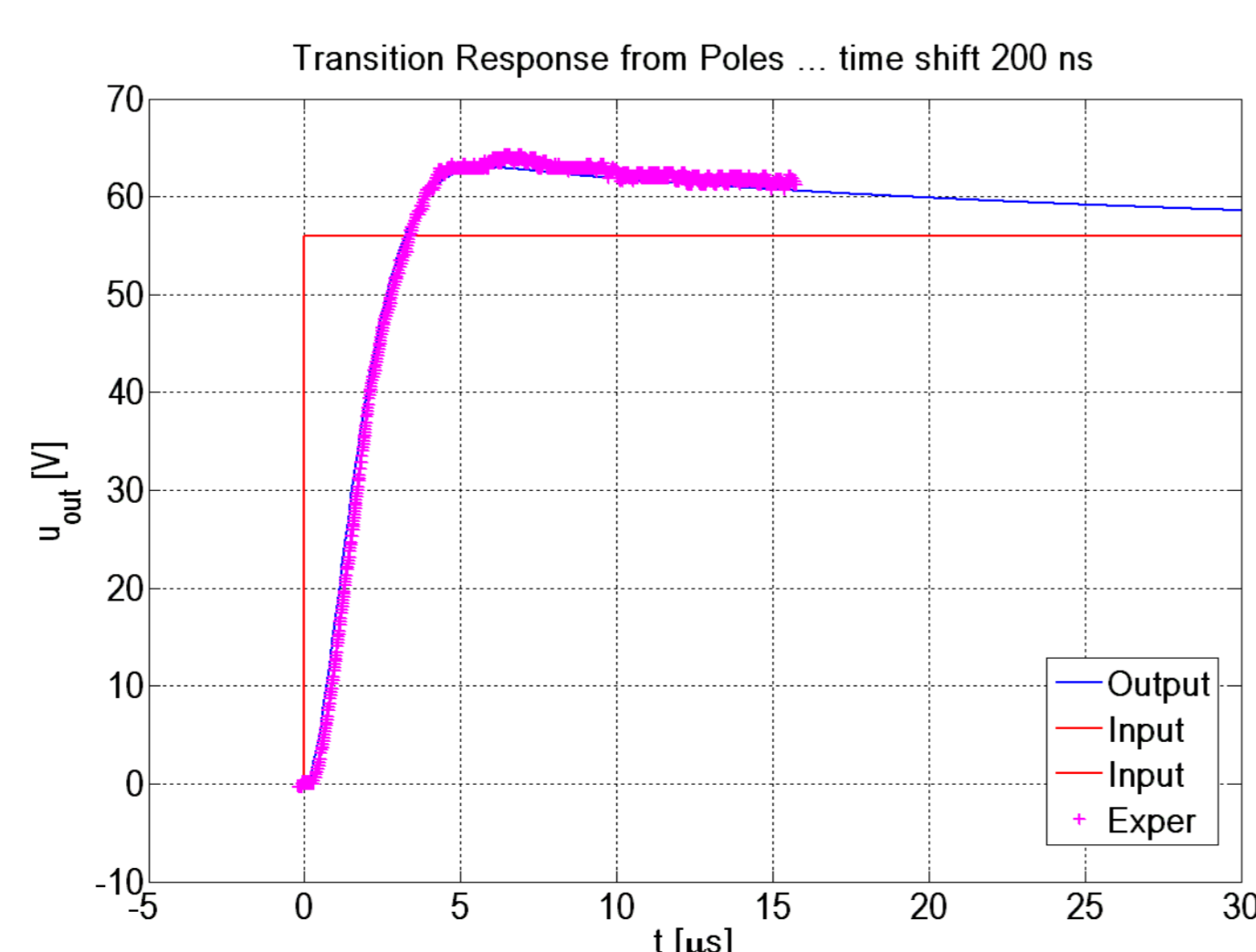
Počáteční hodnoty se generují funkcí `rand` s rovnoměrným rozdělením. Po spuštění skriptu tato funkce několikrát proběhne podle aktuálního času. To zajistí, aby se počáteční hodnoty koeficientů neopakovaly.

Výsledky

a) Časová oblast - odezva na jednotkový skok



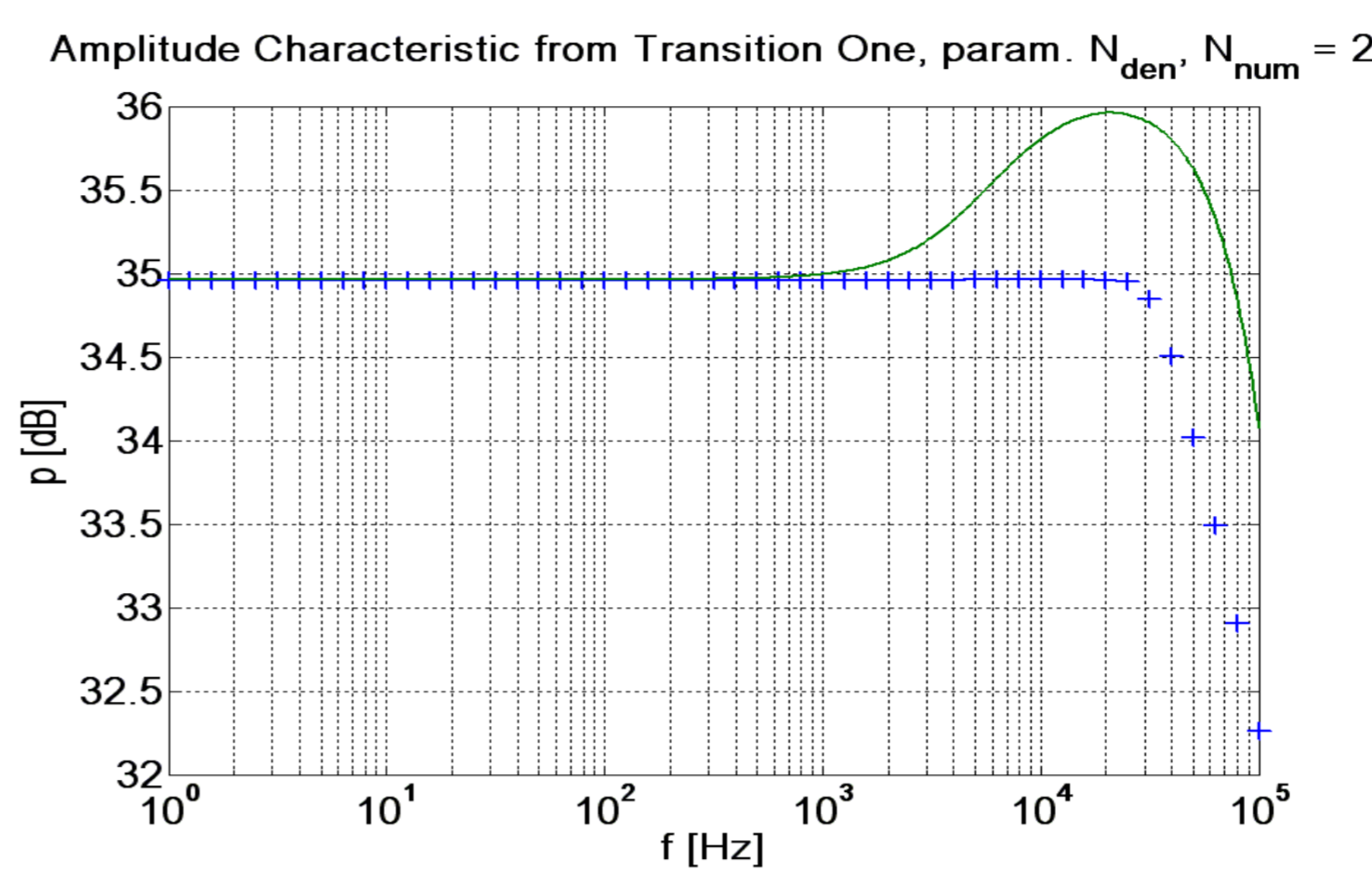
Obrázek 1 Aproximace komerčního SW



Obrázek 2 Aproximace pomocí parciálních zlomků

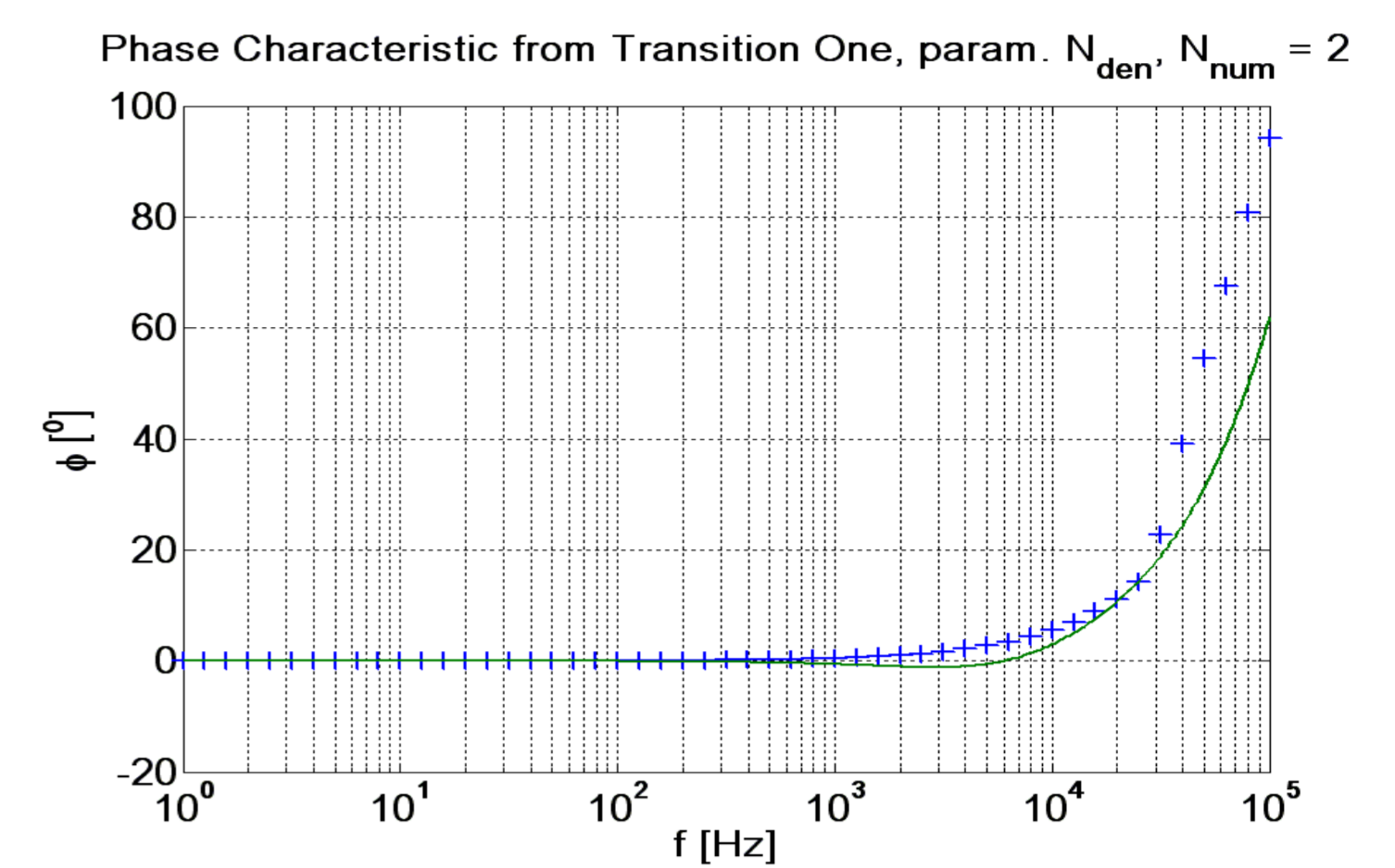
Pomocí komerčního SW se z odezvy na jednotkový skok získá výstupní odezva, souhlas s experimentem je dobrý.

Parciální zlomky získané z modelu (1) vedou ke stejným výsledkům jako komerční SW, pokud se respektuje dopravní zpoždění.



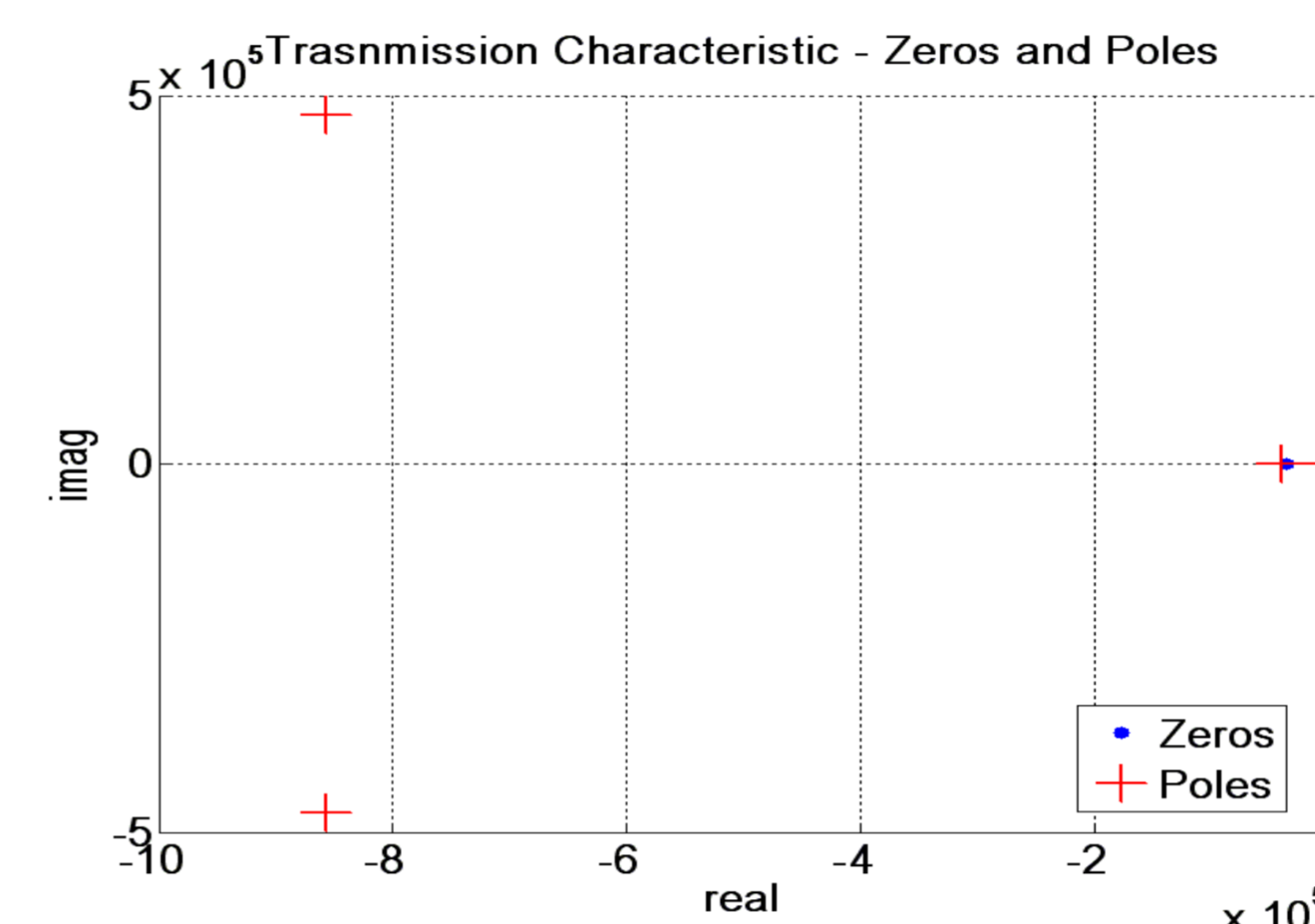
Obrázek 3 amplitudová frekvenční charakteristika

U amplitudové charakteristiky je pro nízké frekvence shoda dobrá, při vyšších se objevuje slabé maximum a posuv vůči experimentu. Odchylka však nepřekročí 1 dB.



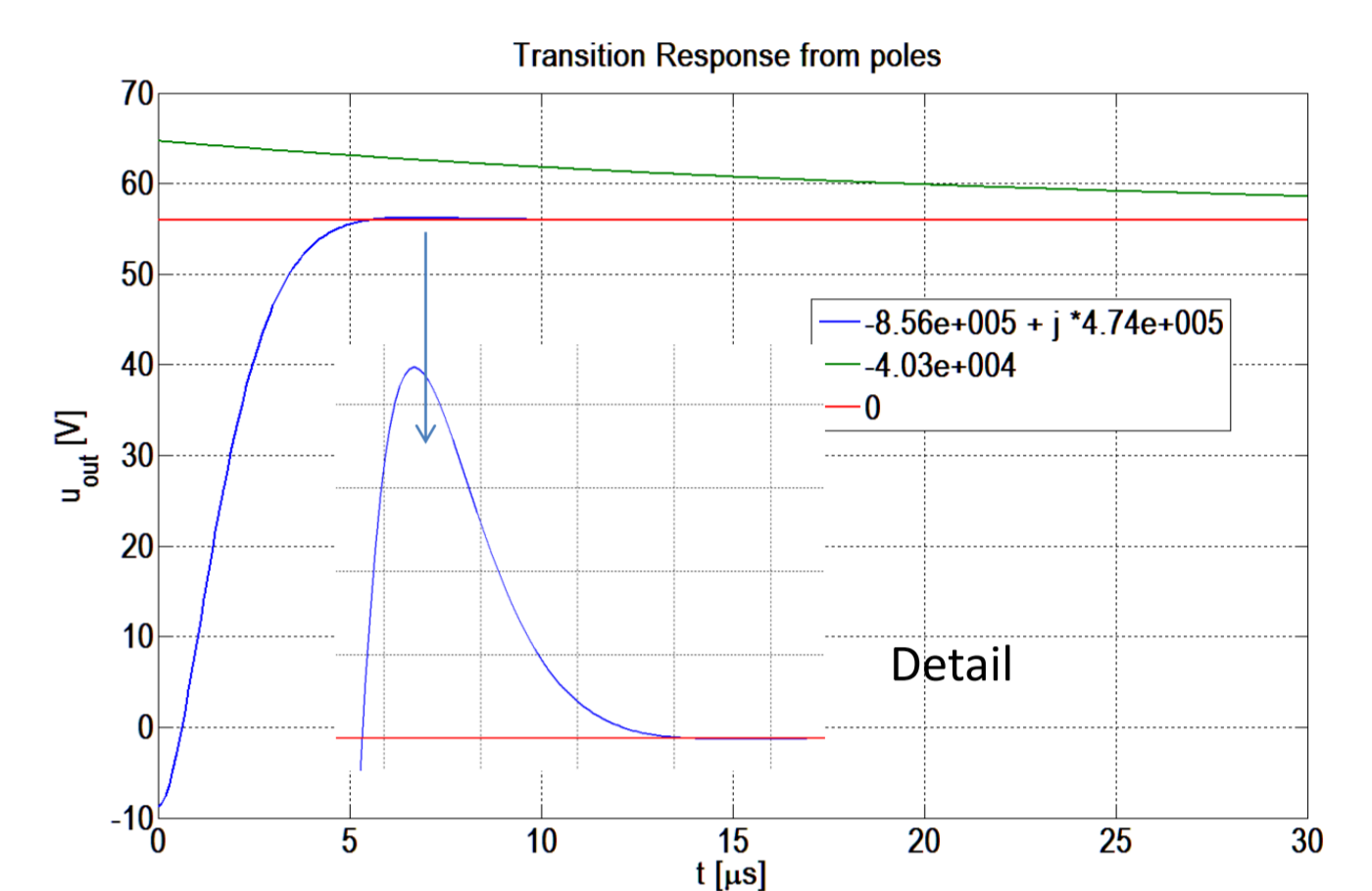
Obrázek 4 fázová frekvenční charakteristika

Fázová charakteristika také vykazuje menší odchylky při vyšších frekvencích.



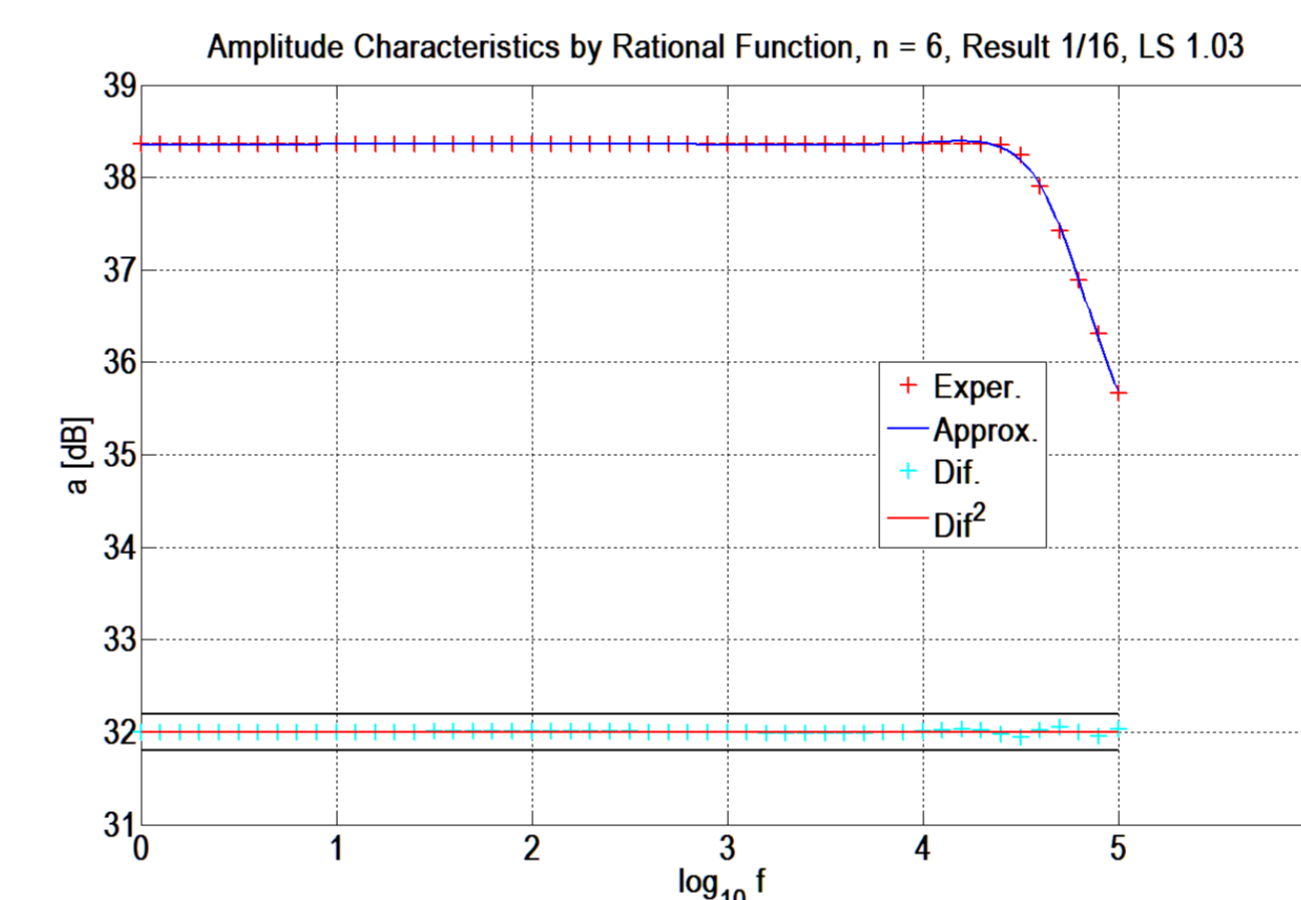
Obrázek 5 Poloha nul a pólů přenosové funkce

Poloha nul a pólů byla získána z přenosové funkce pomocí MATLABU. Nula je pouze jedna reálná. Dále jsou dva komplexně sdružené póly a jeden reálný. Pól v nule odpovídá jednotkovému skoku.



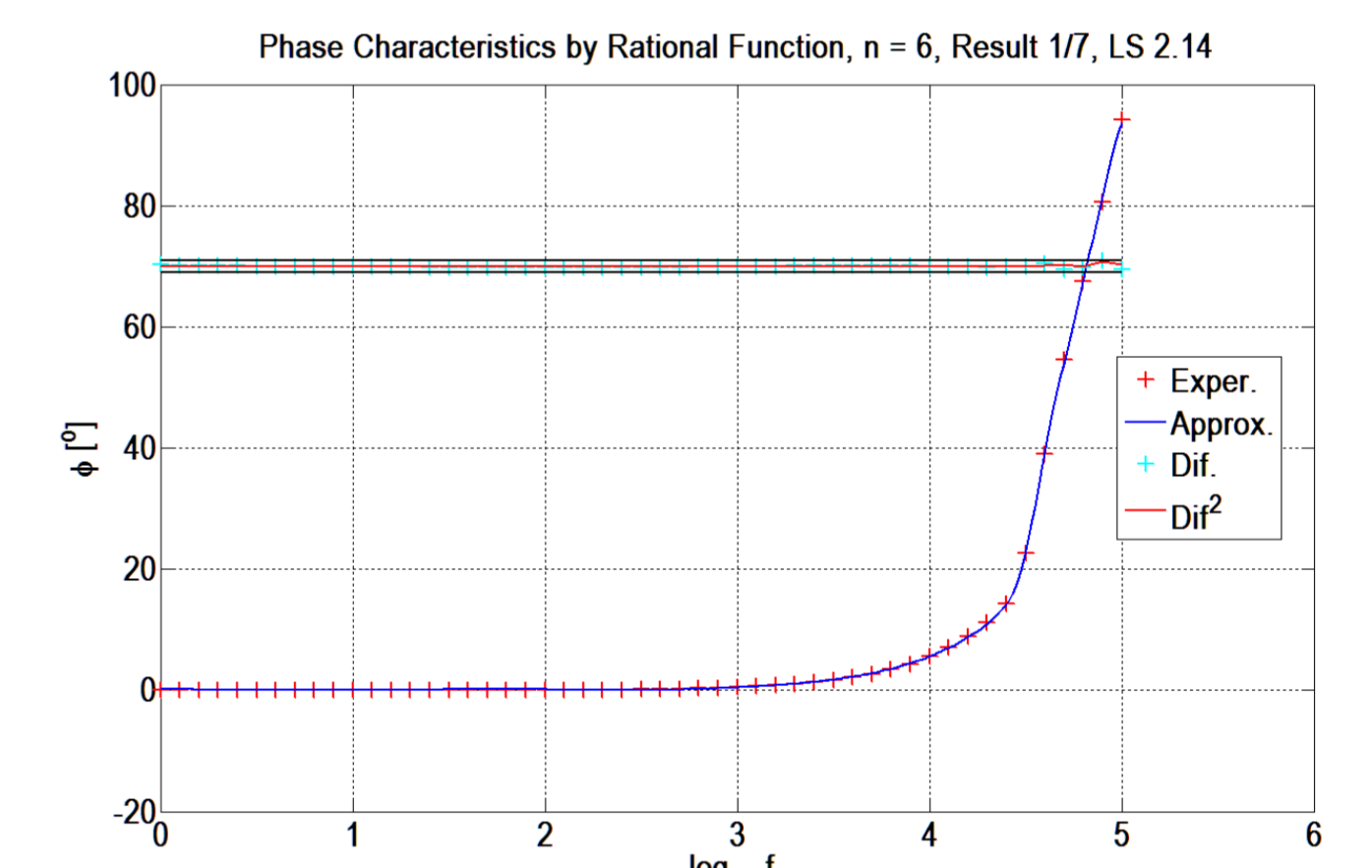
Obrázek 6 Příspěvky od pólů k celkové časové odezvě. Dva komplexně sdružené póly, vyvolají silně tlumené kmity. Zvětšený výřez to potvrzuje. Jeden reálný pól vyvolá čistý exponenciální pokles.

b) Frekvenční oblast-harmonické buzení



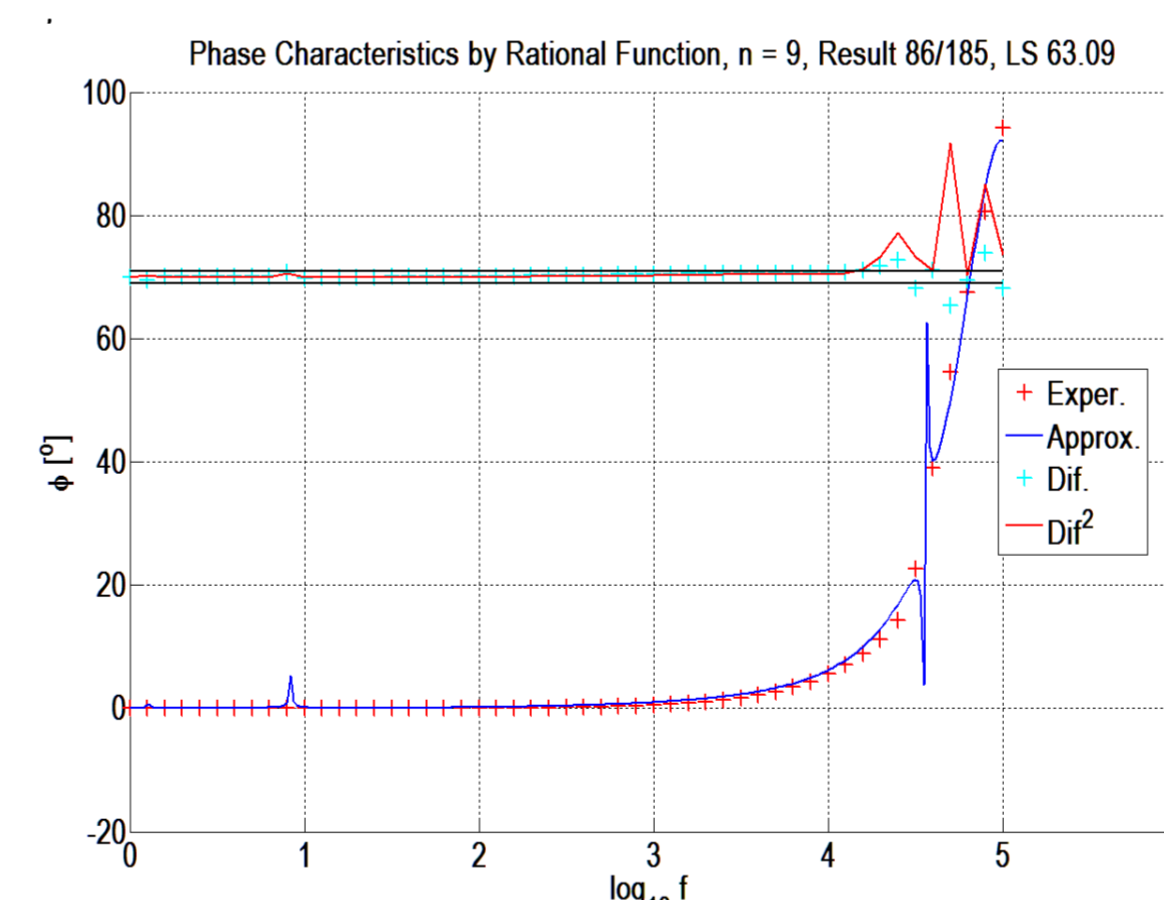
Obrázek 7 Amplitudová frekvenční charakteristika.

Velmi dobrá aproximace – odchylka od experimentu je kolem 0.1 dB, viz vložená část, obsahující meze, odchylku a její čtverec.



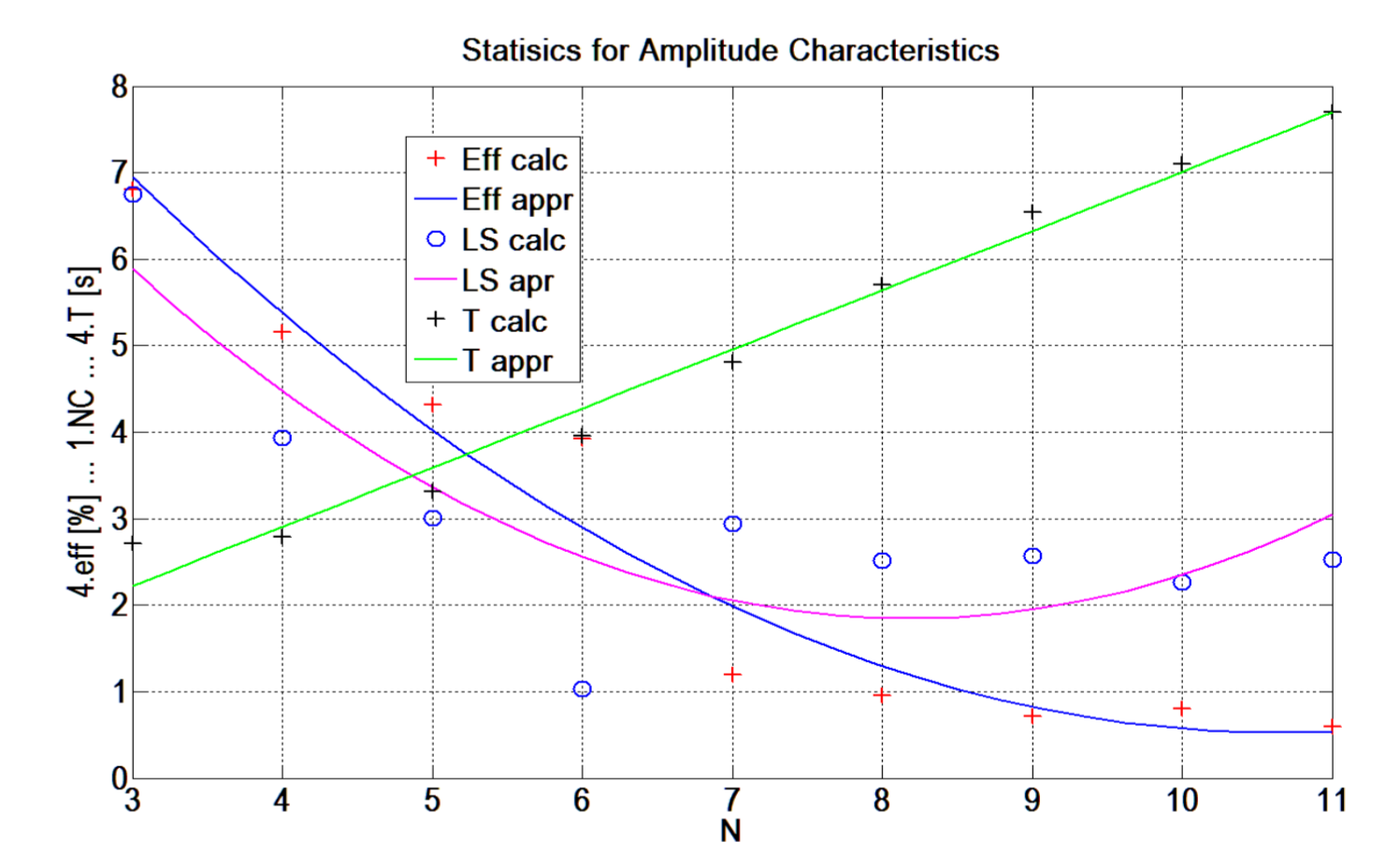
Obrázek 8 fázová frekvenční charakteristika.

Fázová charakteristika je též kvalitně aproximována – odchylka nepřekročí 1°, viz vložená část.



Obrázek 9 Poruchy na fázové charakteristice

Některé problémy: Občas se objevují ostré píky, zejména u fázové charakteristiky. To se vysvětluje tím, že pól aproximace byl blízko reálné osy (menší pik vlevo) nebo na ní ležel (výrazná nespojitost vpravo). Přitom poloha pólu je taková, že leží mezi experimentálními body, takže nevlniví součet čtverců odchylek.



Obrázek 10 statistika pro amplitudovou charakteristiku

Statistické vyhodnocení. K dosažení dobrých výsledků musel být skript spouštěn mnohokrát, tisíckrát a více. Na obrázku jsou statistické výsledky pro amplitudovou charakteristiku a různý stupeň polynomů. Nejdůležitější je úspěšnost, která uvádí, kolik pokusů mělo nejmenší čtverce (LS) pod hodnotou 10. Úspěšnost klesá s rostoucím stupněm polynomů. Minimální hodnota nejmenších čtverců je ovlivněna počtem pokusů, takže má malou vypovídací schopnost. Doba výpočtu narůstá lineárně se složitostí polynomu, což se dalo očekávat. Pro fázovou charakteristiku jsou výsledky obdobné.

Diskuse

Byly odzkoušeny dvě metody získání přenosové funkce. Metoda jednotkového skoku je experimentálně rychlá, avšak méně přesná. Metoda měření harmonickým buzením je pomalejší experimentálně i numericky, avšak výsledky jsou výborné.

Metoda jednotkového skoku vykazuje chyby v oblasti vyšších frekvencí, které mají příčinu asi v nepřesném určení počátečního časového průběhu, např. nízká vzorkovací frekvence. Dále vadí poměrně vysoký šum – měří se na osciloskopu. Měl by se buď odstranit z dat filtrací, nebo provést měření několikrát a získat průměr.

Logičtější metoda určení přenosové funkce z odezvy na jednotkový skok vychází z aproximace v časové oblasti pomocí exponenciálně tlumené kosinusové funkce nebo čisté exponenciály. Takto se, kromě pólů, získají parciální zlomky a z nich pak racionální lomené funkce. Tento proces lze provést v MATLABU s vysokým stupněm automatizace.

Při měření ve frekvenční oblasti lze získat nezávisle velmi dobrou aproximaci obou charakteristik, amplitudové a fázové. Aproximace přenosové charakteristiky s komplexními koeficienty je však mimořádně časově náročná.

Závěr

Úspěšně byly ověřeny dvě základní metody měření a aproximace přenosu zesilovače. Měření v časové oblasti se hodí pro praxi, kde se nevyžaduje vysoká přesnost. Frekvenční oblast je pak určena pro výzkum, neboť dává velmi přesné výsledky: přesnost aproximace amplitudy 0.1 dB a fáze 1°. Metodu pro frekvenční oblast lze využít i pro aproximaci jiných charakteristik. Při zpracování dat v časové oblasti může být asi použita efektivnější metoda. Její věření se připravuje.

Reference

[1] Mikulec M., Havlíček V.: Základy teorie elektrických obvodů 1. ISBN 80-01-02519-5, skriptum ČVUT Praha (1997).

Kontakt

Jakub Eichler jakub.eichler@tul.cz

Poděkování

Tato práce byla podpořena z projektu Studentské grantové soutěže (SGS) na Technické univerzitě v Liberci v roce 2014.